Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück
Dr. Christopher Classen

Dortmund, 11. April 2016

Analysis II für Lehramt

1. Übungsblatt, SoSe 2016

Abgabe bis Montag, 18.04.2016, 12:00 Uhr in den Briefkästen im Foyer

1) Berechnen Sie folgende Integrale

a) $\displaystyle\int_{-2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{16-4x^2}}$ b) $\displaystyle\int_{0}^{3} \frac{dx}{x^2+2x+2}$ c) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} e^x \cos x\,dx$

d) $\displaystyle\int_{1}^{2} x\log x\,dx$ e) $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{4x}{1+x^2}\,dx$ f) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \sin x\cos x\,dx$

g) $\displaystyle\int_{0}^{2} x^3 e^{x^2}\,dx$ h) $\displaystyle\int_{0}^{1} \sqrt{1-x^2}\,dx$ i) $\displaystyle\int_{e}^{e^2} \frac{\log^2 x}{x}\,dx$

j) $\displaystyle\int_{0}^{1} \sqrt{1+x^2}\,dx$ k) $\displaystyle\int_{0}^{1} \arctan x\,dx$ l) $\displaystyle\int_{e}^{e^2} \frac{dx}{x\log x}$

m) $\displaystyle\int_{0}^{1} x\sqrt{1+x^2}\,dx$ n) $\displaystyle\int_{0}^{1} e^{2x}\sin 3x\,dx$ o) $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x}{\sqrt{x+2}}\,dx$

2) Es sei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall, $f\colon I \to \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig auf I und (x_n) eine Cauchyfolge in I. Zeigen Sie, dass dann auch $(f(x_n))$ eine Cauchyfolge ist.

3) Es sei $f\colon (0,1) \to \mathbb{R}$ gleichmäßig stetig auf $(0,1)$. Zeigen Sie, dass es eine stetige Funktion $F\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ gibt mit $F(x) = f(x)$ für alle $x \in (0,1)$.

Hinweis: Die Behauptung ist äquivalent zu der Tatsache, dass die Grenzwerte $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ und $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ existieren.