

Analysis I für Lehramt

4. Übungsblatt, WiSe 2015/16

Abgabe bis Montag, 16.11.2015, 12:00 Uhr in den Briefkästen im Foyer

- 1) (3 Punkte) Für welche $n \in \mathbb{N}$ gelten die Ungleichungen

$$n < 2^n \quad \text{und} \quad n^2 < 2^n ?$$

Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

- 2) (3 Punkte) Es seien A, B nichtleere, beschränkte Teilmengen von \mathbb{R} .

- a) Zeigen oder widerlegen Sie: Ist $A \subset B$, so gilt $\inf A \geq \inf B$.
b) Zeigen Sie, dass $A \cup B$ beschränkt ist und drücken Sie $\sup(A \cup B)$ durch $\sup A$ und $\sup B$ aus.

- 3) (4 Punkte) Untersuchen Sie, ob die Mengen

$$A := \left\{ \frac{1}{2^n} : n \in \mathbb{N} \right\} \quad \text{und} \quad \left\{ \frac{1}{n} - \frac{2}{m} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$$

ein Infimum, Supremum, Minimum, Maximum besitzen und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.

- 4) (4 Punkte) Beweisen Sie für $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{R}$ mit $0 < x \leq 1$ die Ungleichung

$$(1 - x)^n < \frac{1}{1 + nx}.$$