Technische Universität Dortmund
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. Rainer Brück

Dortmund, 2. November 2015

Analysis I für Lehramt

3. Übungsblatt, WiSe 2015/16

Abgabe bis Montag, 09.11.2015, 12:00 Uhr in den Briefkästen im Foyer

1) (4 Punkte)

   a) Es seien A, $B \subset \mathbb{R}$ Mengen mit größten Elementen $\max A$ und $\max B$. Zeigen Sie, dass $A \cup B$ ein größtes Element $\max(A \cup B)$ hat und drücken Sie dieses durch $\max A$ und $\max B$ aus.

   b) Untersuchen Sie ob die Mengen $A := \{0\} \cup \left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ und $B := [0,2] \cup (3,4]$ ein größtes und ein kleinstes Element haben und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.

2) (3 Punkte) Finden Sie jeweils eine geschlossene Formel für die folgenden Summen:

   a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{55} x^{k+1} y^{-k+1}$, x, $y \in \mathbb{R}$, $y \neq 0$

   b) $\displaystyle\sum_{k=3}^{m} x^{k+1} y^{-k+1}$, x, $y \in \mathbb{R}$, $y \neq 0$, $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 3$

   c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$, $n \in \mathbb{N}$

3) (2 Punkte) Zeigen Sie für x, y, u, $v \in \mathbb{R}$ die sogenannte Vierecksungleichung

$$||x-y| - |u-v|| \leq |x-u| + |y-v|\,.$$

4) (3 Punkte) Es seien a, $b \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie

$$\max\{a,b\} = \frac{a+b+|a-b|}{2}$$

und finden Sie eine entsprechende Formel für $\min\{a,b\}$.