

Mathematik II für Informatiker
 2. Übung

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Der Satz 4.2.28 sichert die Existenz einer Nullstelle der Funktion $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ im Intervall $[a, b]$. Diese kann durch das Bisektionsverfahren mit beliebig vorgegebener Genauigkeit eingegrenzt werden. Man nehme an, dass $f(a) \cdot f(b) \leq 0$. Man Wähle $a_1 := \frac{a+b}{2}$. Ist das Produkt $f(a_1) \cdot f(b) \leq 0$, so liegt eine Nullstelle in $[a_1, b]$, sonst in $[a, a_1]$. Nun halbiere man das betreffende Teilintervall und fahre so fort, bis die Länge des letzten Intervalls unter der vorgegebenen Genauigkeit liegt.

Grenzen Sie die Nullstelle der Funktion $f(x) = x^5 + x + 1$ im Intervall $[-1, 0]$ bis zum zweiten Nachkommastelle genau ein.

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Abbildung $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $f(z) = |z|$ Lipschitz-stetig bzgl. jedes $L \geq 1$.
 (**Hinweis:** Benutzen Sie die Dreieckungleichung $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.)

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \sin x).$$

(**Hinweis:** Verwenden Sie für den ersten Limes die Reihenentwicklung von $\sin x$, für den zweiten Limes die Tatsache, dass $|\sin x| < 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.)

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Seien $D := \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \text{ ist definiert}\}$ und $W := \{y \in \mathbb{R} \mid \text{es existiert ein } x \in \mathbb{R} \text{ mit } y = f(x)\}$.
 Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f und vervollständigen Sie die Tabelle:

$f(x)$	D	W	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	$f(x) = 0$
$\sin(x + \pi)$					
$\cos 2x$					
$-4 + \ln x$					

Abgabe: Montag, den 16.04.2007 bis 16.45 Uhr in den Briefkästen im Mathematikgebäude.