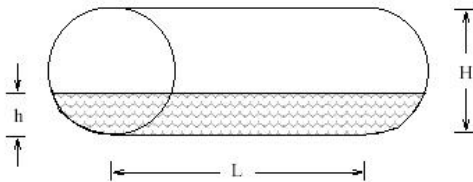


Mathematik für Informatiker - Übungsblatt 1

Abgabe bis Dienstag, 21.10.07, 12.00 Uhr
in die Kästen im Mathe-Foyer

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zylindrisches Ölfass mit Länge L , Höhe H und einer Pegelstandsanzeige.



Wie viele Liter Öl enthält das Fass bei einer Füllhöhe h ?

(Aufgabe eines Geschäftsführers eines mittelständischen Unternehmens für Kühlmitteltechnologie.)

Aufgabe 2:

Seien A_0, A_1 und A_2 die Eckpunkte eines Dreiecks in der Ebene. (Sie sollen alle verschieden sein und nicht auf einer Geraden liegen.) Ferner sei B_0 zufällig aus $\{A_0, A_1, A_2\}$ ausgewählt. Die Punkte B_1, B_2, B_3, \dots entstehen dann durch folgenden Algorithmus:

1. Wähle zufällig einen Punkt $C \in \{A_0, A_1, A_2\}$,
2. Definiere den Mittelpunkt der Strecke zwischen B_n und C als B_{n+1} ,
3. Zurück zu Schritt 1.

Programmieren Sie diesen Algorithmus an einem grafikfähigen Rechner. Welches Bild ergibt sich?

Aufgabe 3:

(i) Rechnen Sie folgende Gleichungen nach:

$$\begin{aligned}1^2 &= 1^3 \\(1+2)^2 &= 1^3 + 2^3 \\(1+2+3)^2 &= 1^3 + 2^3 + 3^3 \\(1+2+3+4)^2 &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 \\&\vdots\end{aligned}$$

(ii) Finden Sie das erste $n \in \mathbb{N}$, für das die Gleichung

$$(1+2+3+4+\dots+n)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3$$

nicht mehr gilt. Falls Ihnen dies nicht möglich ist, erläutern Sie, warum.

Aufgabe 4:

Die Folge a_n sei folgendermaßen rekursiv definiert:

$$a_{n+1} := \begin{cases} \frac{a_n}{2}, & \text{falls } a_n \text{ gerade,} \\ 3a_n + 1, & \text{falls } a_n \text{ ungerade.} \end{cases}$$

(i) Probieren Sie als Anfangswerte von a_0 die Zahlen $10, 11, \dots, 16$ durch und berechnen Sie jeweils die ersten zehn Folgenglieder, die sich dann ergeben.

(ii) Wählen Sie eine dieser Folgen aus und betrachten Sie, was für hohe n passiert. Was fällt Ihnen auf?

(iii) Schlagen Sie eine Methode vor, um einen Anfangswert $a_0 \in \mathbb{N}$ zu finden, so dass die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ nicht in ein Schema fällt.