Technische Universität Dortmund
Institut für Angewandte Mathematik
Lehrstuhl VIII - Approximationstheorie
Prof. Dr. Joachim Stöckler
Tobias Springer

Sommersemester 2008

25.06.2008

# Wavelet-Analysis

10. Übungsblatt

Abgabetermin: Dienstag, 01.07.08

**Aufgabe 28** Sei $\omega \in (-\pi, \pi) \setminus \{0\}$ und $\omega, 2\omega, \ldots, 2^{l-1}\omega$ paarweise verschieden modulo $2\pi$ sowie $\omega \equiv 2^l\omega \,(\mathrm{mod} 2\pi)$.

a) Beweisen Sie, dass ein $0 \leq j \leq l-1$ existiert mit $2^j\omega \in [2\pi/3, 4\pi/3]$ mod $2\pi$.

b) Zeigen Sie, dass für jedes trigonometrische Polynom $P$ mit $|P(\omega)|^2 + |P(\omega+\pi)|^2 = 1$ und $P(\omega) \neq 0$ für $\omega \in [-\pi/3, \pi/3]$ Cohen's Bedingung gilt.

**Aufgabe 29** Bestimmen Sie alle trigonometrischen Polynome $P$ der Form

$$P(\omega) = \frac{1}{2}(p_0 + p_1 e^{-i\omega} + p_2 e^{-2i\omega} + p_3 e^{-3i\omega})$$

mit reellen Koeffizienten, die

$$|P(\omega)|^2 = \frac{1}{2} + \frac{9}{16}\cos\omega - \frac{1}{16}\cos 3\omega$$

erfüllen.
(Beachten Sie, dass $|P(\omega)|^2 + |P(\omega+\pi)|^2 = 1$ gilt.)