Technische Universität Dortmund
Institut für Angewandte Mathematik
Lehrstuhl VIII - Approximationstheorie
Prof. Dr. Joachim Stöckler
Tobias Springer

Sommersemester 2008

04.04.2008

Wavelet-Analysis

1. Übungsblatt

Abgabetermin: Montag, 14.04.08, nach der Vorlesung

Aufgabe 1 Von der trigonometrischen Interpolation kennen wir die Basis

$$e_k = \tfrac{1}{\sqrt{N}} \left(1, e^{2\pi i \frac{k}{N}}, e^{2\pi i \frac{2k}{N}}, \ldots, e^{2\pi i \frac{(N-1)k}{N}}\right), \quad 0 \leq k \leq N-1.$$

Beweisen Sie, dass die Vektoren e_k eine Orthonormalbasis des $\mathbb{C}^N$ bilden.

Aufgabe 2 Gegeben sei ein Orthonormalsystem $(e_1, \ldots, e_K) \subset \mathbb{R}^N$ mit $K \leq N$ sowie die Abbildung

$$\mathcal{P}(x) = \sum_{j=1}^{K} \langle x, e_j \rangle \, e_j, \qquad x \in \mathbb{R}^N.$$

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a) $\mathcal{P}$ ist linear

b) $\mathcal{P}$ ist die Orthogonalprojektion von $\mathbb{R}^N$ auf $span \langle e_1, \ldots, e_K \rangle$

Aufgabe 3 Machen Sie sich mit den Untermenüs *Wavelet Packet 1-D* und *Wavelet Packet 2-D* in der *Wavelet Toolbox* von Matlab vertraut. Passende Beispiel-Signale bzw. -Images zum Testen sind im Verzeichnis $\backslash toolbox \backslash wavelet \backslash wavedemo$ abgelegt. Beachten Sie bei der Analyse beispielsweise, welche Effekte eine höhere Anzahl an Zerlegungsstufen („levels“) auslöst oder welcher Unterschied zwischen dem *Wavelet Tree* und dem *Initial Tree* besteht.