Prof. Dr. H. Michael Möller
Lehrstuhl VIII
Universität Dortmund

6. Blatt Programmierpraktikum
WS 2007/08

Abgebetermin: 30.01.08, bis 12:00 Uhr.
(Gruppe A: Briefkasten-Nr.91, Gruppe B: 92, Gruppe C: 93)

Aufgabe 1

a) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion zur numerischen Integration von

$$I := \int_a^b f(x)dx, \quad f : [a, b] \to \mathbb{R},$$

mit Hilfe des Romberg-Verfahrens. Die Eingabeparameter sind das Interval a, b, die Funktion f, und N. Der Ausgabeparameter ist eine Matrix, die das Romberg-schema enthält.
b) Für $f(x) = \cos \pi x,\ g(x) = \sqrt{1 - x^2}$ auf dem Interval $[0, 1]$ und $N = 2^k, k = 0, \ldots, 7$ berechnen Sie die Trapez-Näherungen mit Hilfe des Programms von a). Untersuchen Sie die ersten fünf Spalten des Rombergschemas auf ihre Konvergenzgeschwindigkeit. Sie dürfen hier $\int_0^1 f(x)dx = 0$ und $\int_0^1 g(x)dx = \frac{\pi}{4}$ verwenden. Prüfen Sie nur auf lineare, quadratische, und kubische Konvergenz.

Aufgabe 2

a) Geben Sie das Newton-Verfahren für $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ zur Berechnung der Nullstellen von h an.
b) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `my_newton_2d.m`, die das Ergebnis von a) implementiert.
c) Sei $h(x, y) = (xy - 1, x^2 + y^2 - 4)$. Starten Sie `my_newton_2d.m` mit den 17^2 Startvektoren $\left(x_i^{(0)}, y_j^{(0)}\right) = \left(-2 + \frac{i}{4}, -2 + \frac{j}{4}\right),\ i, j = 0, \ldots, 16$. Die Newton-Iteration ist jeweils abzubrechen, wenn entweder die k-te Näherung $(x_i^{(k)}, y_j^{(k)})$ die Ungleichung

$$\|h(x_i^{(k)}, y_j^{(k)})\| < 10^{-6}$$

erfüllt oder die nächste Näherung nicht berechenbar ist. Die Anzahl k der durchgeführten Iteration soll in einer Matrix M gespeichert werden, also $M(i, j) = k$. Die maximale Anzahl an Iterationen für das Newton-Verfahren sei 20.