

## Symbolisches Rechnen

### 1. Übung

#### Aufgabe 1

Es seien  $a, b \in \mathbb{Z}$  mit den  $p$ -adischen Darstellungen  $a = \sum_{i=0}^{\ell-1} a_i p^i$  und  $b = \sum_{i=0}^{\ell-1} b_i p^i$ . Weiter sei  $\ell$  eine Zweierpotenz,  $\ell = 2^k$ ,  $k \in \mathbb{N}$ . Um das Produkt aus  $a$  und  $b$  zu berechnen, soll sukzessive der Furukawa-Trick angewendet werden. Wie viele Multiplikationen werden insgesamt benötigt?

**4 Punkte**

#### Aufgabe 2

- (i) Rechnen Sie die Dezimalzahlen 365 und 2009 in Oktalzahlen um (d.h. Basis ist 8).
- (ii) Rechnen Sie das kleine Einmaleins der Oktalzahlen durch, d.h. geben Sie die Multiplikationstabelle der Oktalzahlen  $1, \dots, 7$  an.
- (iii) Berechnen Sie die Summe und das Produkt der Zahlen aus Teil (i) im Oktalsystem.

**5 Punkte**

#### Aufgabe 3

Beim Zylohexan-Beispiel läßt sich die Lösungsmenge (abgesehen von einigen isolierten Lösungen) schreiben als Menge aller Lösungen von

$$\begin{aligned} 0 &= xy + xz + yz - 22x - 22y - 22z + 363, \\ 0 &= xz^2 + yz^2 - 22xz - 22yz - 22z^2 + 25x + 25y + 388z + 250, \\ 0 &= y^2z^2 - 22y^2z - 22yz^2 + 25y^2 + 388yz + 25z^2 + 250y + 250z - 14575. \end{aligned}$$

- (i) Geben Sie die Lösungen in Abhängigkeit von  $z$  an, d.h. zeigen Sie, dass jede Lösung vom Typ  $(x(t), y(t), t)$  ist, und geben Sie  $x(t)$  und  $y(t)$  explizit an.
- (ii) Finden Sie einige  $t > 0$ , so dass  $x(t) > 0$  und  $y(t) > 0$  gilt.

**6 Punkte**

**Abgabe:** Donnerstag, 22.10.2009 bis 10 Uhr.