

Symbolisches / Numerisches Lösen von Gleichungssystemen  
 1. Übung

Die folgenden drei Aufgaben sollen alle mit einem Computeralgebrasystem wie beispielsweise Maple oder mit Matlab gelöst werden.

**Aufgabe 1**

(i) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2 \\ x_2x_3x_4 & x_1x_3x_4 & x_1x_2x_4 & x_1x_2x_3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Determinante der Matrix. Lässt sich dieser Ausdruck noch vereinfachen?

(ii) Bilden Sie die Matrix  $B$ , indem Sie in der Matrix  $A$  aus (i) die Variablen wie folgt ersetzen:  $x_1 := 1$ ,  $x_2 := 2$ ,  $x_3 := 1$ ,  $x_4 := -2$ . Berechnen Sie die Determinante, Eigenwerte und Eigenvektoren von  $B$  und die Lösung des Gleichungssystems  $Bx = c$  mit

$$c = \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \\ 25 \\ -26 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 2**

Gegeben seien die Zykhlohexan-Matrizen

$$A(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \frac{8}{3} & x & \frac{8}{3} & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & \frac{8}{3} & y & \frac{8}{3} \\ 1 & \frac{8}{3} & 1 & 0 & 1 & \frac{8}{3} & z \\ 1 & x & \frac{8}{3} & 1 & 0 & 1 & \frac{8}{3} \\ 1 & \frac{8}{3} & y & \frac{8}{3} & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \frac{8}{3} & z & \frac{8}{3} & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \frac{8}{3} & x & \frac{8}{3} \\ 1 & 1 & 0 & 1 & \frac{8}{3} & y \\ 1 & \frac{8}{3} & 1 & 0 & 1 & \frac{8}{3} \\ 1 & x & \frac{8}{3} & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \frac{8}{3} & y & \frac{8}{3} & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(i) Berechnen Sie  $f_1(x, y, z) := \det(A(x, y, z))$  und  $f_2(x, y) := \det(B(x, y))$ .

(ii) Versuchen Sie, das folgende Gleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned}f_1(x, y, z) &= 0, \\f_2(x, y) &= 0, \\f_2(x, z) &= 0, \\f_2(y, z) &= 0.\end{aligned}$$

### Aufgabe 3

Es seien

$$f = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 2} \text{ und } g = \frac{x^3 - 7x - 6}{x^5 - 2x^4 + x^2 + x - 1}.$$

Berechnen Sie  $f_1 + f_2$  und vereinfachen Sie das Ergebnis.

Dieses Übungsblatt muss nicht abgegeben werden, wird aber am 22.10.2008 in der Übung besprochen.