Prof. Dr. Christoph Buchheim
Dipl.-Math. Viktor Bindewald

Sommersemester 2017

6. Übungsblatt

zur Vorlesung

Optimierung

Abgabe:	Freitag, 2. Juni bis 14 Uhr in den jeweiligen Briefkasten.
Besprechung:	Montag, 12 bzw. Dienstag, 13. Juni.
Bitte beachten:	Keine gruppenübergreifenden Abgaben und nur Dreierabgaben. Bitte Gruppennummer auf die Abgabe schreiben. Jedes Gruppenmitglied muss die Lösung vorrechnen und erklären können.
Homepage:	`http://www.mathematik.tu-dortmund.de/lsv/teaching/opt17/`

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sollen 5000 m^3 einer Ware innerhalb eines Planungszeitraumes vom Produzenten zu einem Kunden verschickt werden. Die Ware wird in identischen quaderförmigen Behältern der Höhe h, der Breite b und der Tiefe t (in m) transportiert. Alle Kantenlängen sollen mindestens 0,2 m und das Volumen soll höchstens 1 m^3 betragen. Die Behälter sollen beim Kunden verbleiben. Das Material für Boden und die vier Seiten kostet 4 Euro pro m^2. Die Deckel können aus Material hergestellt werden, das 0,50 Euro pro m^2 kostet, von dem aber nur 6500 m^2 verfügbar sind. Die Frachtkosten betragen 50 Euro pro Behälter.

Stellen Sie ein (nichtlineares) Optimierungsproblem auf, welches die optimale Höhe, Breite und Tiefe eines Behälters bestimmt, sodass die Gesamtkosten minimal sind.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min\ & x^2 + y^2 + 5x - 3y \\ \text{s.t.}\ & -1 \le x \le 1 \\ & -1 \le y \le 1. \end{aligned}$$

Beweisen Sie, dass der Punkt $(x^*, y^*) = (-1, 1)$ das Optimierungsproblem löst, indem Sie

(a) die KKT-Bedingungen verwenden,

(b) die Variationsungleichung verwenden.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ eine stetig differenzierbare Funktion und $z \in \mathbb{R}^n$ gegeben.

Formulieren Sie für das (freie) Optimierungsproblem $\min\{\frac{1}{2}||F(x) - z||^2 \mid x \in \mathbb{R}^n\}$ eine notwendige Optimalitätsbedingung und vereinfachen Sie diese soweit wie möglich.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Betrachten Sie das Problem

$$\begin{aligned}\min\ & x_1^2 + x_2^2 \\ \text{s.t.}\ & -3x_1 - x_2 + 10 \leq 0 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 0 \\ & -x_1 - 3x_2 \leq 0.\end{aligned}$$

(a) Lösen die das Problem grafisch.

(b) Verifizieren Sie die Lösung aus (a) mithilfe der KKT-Bedingungen.

(c) Zeigen Sie mithilfe der KKT-Bedingungen, dass der Punkt $(\frac{15}{4}, -\frac{5}{4})^\top$ keine Lösung des Optimierungsproblems ist.