Prof. Dr. Christoph Buchheim
Dipl.-Math. Viktor Bindewald

Sommersemester 2017

2. Übungsblatt

zur Vorlesung

Optimierung

Abgabe:	Freitag, 5. Mai bis 14 Uhr in den jeweiligen Briefkasten.
Besprechung:	Montag 15. Mai bzw. Dienstag, 16. Mai.
Bitte beachten:	Keine gruppenübergreifenden Abgaben und nur Dreierabgaben. Bitte Gruppennummer auf die Abgabe schreiben. Jedes Gruppenmitglied muss die Lösung vorrechnen und erklären können.
Homepage:	`http://www.mathematik.tu-dortmund.de/lsv/teaching/opt17/`

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien folgende Punkte gegeben: $P_1 = (-1,1), P_2 = (1,4), P_3 = (3,2)$ und $P_4 = (2,-2)$.

(a) Skizzieren Sie $\operatorname{conv}(\{P_1, P_2, P_3, P_4\}) =: C \subseteq \mathbb{R}^2$ und beschreiben Sie C als Schnitt von Halbräumen.

(b) Stellen Sie den Punkt $Q = (1,3) \in C$ als Konvexkombination von $P_1, \dots, P_4$ dar. Wie viele der P_i benötigt man dafür höchstens?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

(a) Seien $A, B \subseteq \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie

$$\operatorname{conv}(A + B) = \operatorname{conv}(A) + \operatorname{conv}(B).$$

(b) Seien $A, B \subseteq \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n$ konvex. Untersuchen Sie die Konvexität der folgenden Menge

$$C := \{(x, y_1 + y_2) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n : (x, y_1) \in A, (x, y_2) \in B\}.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Beweisen Sie Lemma 4.24 aus der Vorlesung:

Sei $C \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex. Dann gilt

$$\operatorname{cone}(C) = \{\alpha x : \alpha \geq 0, x \in C\}.$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Beweisen Sie Lemma 4.25 aus der Vorlesung:

Sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$. Dann gilt

$$\operatorname{cone}(A) = \{x = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i x^i : \alpha_i \geq 0, x^i \in A, i = 1, \dots, k, k \in \mathbb{N}\}.$$

Hinweis: Orientieren Sie sich an Beweis von Lemma 4.11.