Prof. Dr. Christoph Buchheim
Dipl.-Math. Viktor Bindewald

Sommersemester 2017

0. Übungsblatt

zur Vorlesung

Optimierung

Abgabe:	keine
Besprechung:	Dienstag, 2. Mai
Homepage:	`http://www.mathematik.tu-dortmund.de/lsv/teaching/opt17/`

Aufgabe 1

Definieren Sie (ohne Beweis) Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit folgenden Eigenschaften:

(a) f ist nach unten beschränkt, besitzt aber kein lokales Minimum;

(b) f besitzt unendlich viele lokale, aber kein globales Minimum;

(c) f besitzt abzählbar viele globale Minima;

(d) f besitzt überabzählbar viele globale Minima.

Aufgabe 2

Eine Fabrik stellt in einem festen Zeitintervall zwei Endprodukte E_1 und E_2 her. Zur Herstellung einer Einheit sind Arbeitstage, Maschinenstunden und Grundstoffe A und B erforderlich, wobei pro Zeitintervall nur beschränkte Kapazitäten zur Verfügung stehen. Aufgrund einer Marktanalyse sollen von dem Produkt E_2 höchstens 30 Mengeneinheiten mehr hergestellt werden als von dem Produkt E_1.
Gesucht ist die Produktion mit maximalem Reingewinn gemäß folgenden Angaben.

	E_1	E_2	verfügbar
Arbeitstage	1	5	300
Maschinenstunden	2	2	200
Grundstoff A in ME	2	1	170
Grundstoff B in ME	5	2	420
Reingewinn in GE pro ME	20	30	

Formulieren Sie das Optimierungsproblem als ein lineares Programm.

Aufgabe 3

(a) Ein Unternehmen stellt n Produkte her. Die Herstellung einer Mengeneinheit des Produktes P_j kostet k_j Euro. Der Verkaufspreis der Produkte hänge ab von der verkauften Menge. Beträgt x_j die verkaufte Menge in Mengeneinheiten, so sei der Verkaufspreis

$$p_j(x_j) = \alpha_j - \beta_j x_j$$

mit vorgegebenen Konstanten $\alpha_j,\ \beta_j \geq 0$ $(j = 1, \ldots, n)$.
Zur Herstellung der Produkte werden m Rohstoffe R_i benötigt, die nur in begrenztem Umfang von b_i Mengeneinheiten zur Verfügung stehen. Dabei werde zur Herstellung einer Mengeneinheit des Produktes P_j die Menge a_{ij} des Rohstoffs R_i benötigt $(i = 1, \ldots, m)$.
Die Kapazität des Unternehmens lasse nur eine Gesamtproduktionsmenge von b Mengeneinheiten zu.
Gesucht ist ein Produktionsplan, der alle Restriktionen einhält und den Deckungsbeitrag (=Erlös minus Kosten) maximiert.

Formulieren Sie diese Fragestellung als ein nichtlineares Optimierungsproblem.

(b) Erweitern Sie die Modellbildung aus (a) nun so, dass Sie Fixkosten in Höhe von $g_j(\geq 0)$ Euro berücksichtigen, falls die Produktion des Produktes P_j tatsächlich aufgenommen wird. Diese Kosten fallen also nur an, wenn der Produktionsplan die Produktion von P_j vorsieht, andernfalls nicht.
Benutzen Sie zur Modellierung (zusätzlich zu den bisherigen Variablen) Entscheidungsvariablen $y_j \in \{0, 1\}$, die den Wert 1 annehmen, wenn P_j produziert wird, andernfalls den Wert 0. Beachten Sie, dass die Entscheidungsvariablen y_j dann nicht nur in der Zielfunktion auftreten, sondern dass mit geeigneten Zusatzrestriktionen unter Verwendung der y_j auch sichergestellt werden muss, dass die Produkte P_j genau dann in positiven Mengen hergestellt werden, wenn die entsprechenden Entscheidungsvariablen y_j den Wert 1 haben.