$\underline{d=1}$ $\quad n_{a,\sigma^2} : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-(x-a)^2/\sigma^2)$

$\underline{d \geq 1}$. X sei $N_{0,I}$ verteilt. $T : x \mapsto Ax + \vec{b}$, $A \in GL(\mathbb{R}^d)$

$T^{-1} = h : x \mapsto A^{-1}x - A^{-1}\vec{b}$. Daher ist die Dichte

ergeben: $Y = T \circ X$, $f_Y : x \mapsto n_{0,I}(\underbrace{A^{-1}\vec{x} - A^{-1}\vec{b}}_{\vec{z}}) \frac{1}{|\det A|}$.

$z := A^{-1}\vec{x} - A^{-1}\vec{b}$. $\|z\|_2^2 = \langle \vec{z}, \vec{z} \rangle = \langle A^{-1}\vec{u}, A^{-1}\vec{u} \rangle$ $(\vec{u} := \vec{x} - \vec{b})$

$= \langle (A^*A)^{-1}\vec{u}, \vec{u} \rangle = \langle R^{-1}\vec{u}, R^{-1}\vec{u} \rangle$ (mit R pos. definit, $R^2 = A^*A$)

$\Rightarrow \frac{1}{|\det A|} (= |\det A^{-1}|) = \frac{1}{\det R}$

[denn $A = UR$, U orthogonal]

[$A^*A = R^2$]

Damit

$$f_Y : \vec{x} \mapsto \frac{1}{\det R} \cdot \exp(-\|R^{-1}(\vec{x} - \vec{b})\|_2^2 / 2)$$

$$=: n_{\vec{b}, R^2}(\vec{x})$$

Allgemeine Normalverteilungsdichte.

[R^2: Exponent: $- \|(R^2)^{-1}(\vec{x} - \vec{b})\|_2 / 2$

Damit völlig analog zu σ^2, und

zur Parametrisierung n_{b,σ^2} im Fall $\underline{d=1}$.

Allg. Normalvt.: N_{b, R^2}