Übersicht:

17.1 ZGWS $(X_i)_{i\geq 1}$ unabhängig in $\mathcal{L}^2(\Omega, \Sigma, W)$

$X_i(W) = \mu$, $\mathbb{E}(\mu) = a$, $V(\mu) = \sigma^2 > 0$.

$$\Rightarrow \boxed{S_n^* := \frac{1}{\sqrt{n}\,\sigma} \sum_{j=1}^{n} \bar{X}_i \xrightarrow[Vt]{} N_{01} \Leftrightarrow F_{S_n^*} \longrightarrow \Phi \text{ glm.}}$$

$$\left[\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n}} \bar{S}_n \longrightarrow N_{0,\sigma^2}\right] (*)$$

o.Bew. (Berry-Esseén) Fehlerabschätzung $X_i \in \mathcal{L}^3$

$$\| F_{S_n^*} - \Phi \|_\infty \leq \frac{6}{\sqrt{n}} \frac{\mathbb{E}(|X_1 - a|^3)}{\sigma^{3/2}}$$

Stoch. II Allgemeiner (1) auf $\mathbb{R}^d$, $d \geq 1$ $(*)$

(2) $(\mathbb{R}^1)$: Allgemeiner ZGWS (Lindeberg-Feller):

(X_i) unabh. in $\mathcal{L}^2$, $\bar{X}_i$ zentriert, $\sigma_i^2 = V(X_i)$,

S_n, $\bar{S}_n$ Summe $\sum_1^n X_i$, $\sum_1^n \bar{X}_i$, $0 < s_n^2 = \sum_1^n \sigma_i^2 = V(S_n)$

(1) $\forall \varepsilon > 0: \max\limits_{1\leq i\leq n} W(|\bar{X}_{ni}| > \varepsilon) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$, $\bar{X}_{ni} := \frac{1}{s_n} \bar{X}_i$

(2) $\forall \varepsilon > 0: L_n(\varepsilon) := \sum_1^n \mathbb{E}(\bar{X}_{ni}^2 \cdot 1_{\{|\bar{X}_{ni}| > \varepsilon\}}) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$

$\Longrightarrow$ (3) $S_n^* := \frac{1}{s_n} \sum_1^n \bar{X}_i \xrightarrow[Vt]{} N_{01}$.

Umgekehrt: (3) & (1) $\Longrightarrow$ (2)