4. Ann. $F_n(x) \longrightarrow F(x),\ x \in \mathcal{S}$.

Sei $\mathcal{T}_* := \{ \sum_{\text{endl.}} \alpha_i 1_{(t_i, t_{i+1}]} : t_i \in \mathcal{S} \}$.

(4.1) Beh: $\forall f \in \mathcal{T}_* : \int f \, d\mu_n \longrightarrow \int f \, d\mu$.

$[\![\int f \, d\mu_n = \sum \alpha_i \mu_n (t_i, t_{i+1}] = \sum \alpha_i (F_n(t_{i+1}) - F_n(t_i))]\!]$

Sei $f \in C_c(\mathbb{R})$, sei $\varepsilon > 0$. Dann existiert

(4.2) $g \in \mathcal{T}_* : \| f - g \|_\infty < \varepsilon$.

$[\![$ f ist gleichmäßig stetig, $f \equiv 0$ auf $\complement I_\alpha$ für ein $\alpha > 0$ $]\!]$

- Aus (4.1) folgt: $\forall f \in C_c(\mathbb{R})$ ist

$$\int f \, d\mu_n \to \int f \, d\mu.$$

- Aus der H.Ü. 2 folgt damit: $\mu_n \longrightarrow \mu$ schwach.

$\boxed{!}$ Später („Portmanteau-theorem" = Garderobenständersatz):

2.22 ist eine unter vielen Charakterisierungen der Konvergenz in Verteilung. !