

Vorwort.

Zweck des vorliegenden Heftes ist eine axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Der leitende Gedanke des Verfassers war dabei, die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, welche noch unlängst für ganz eigenartig galten, natürlicherweise in die Reihe der allgemeinen Begriffsbildungen der modernen Mathematik einzuordnen. Vor der Entstehung der ЛЕБЕСГЕСЧЕН Maß- und Integrationsstheorie war diese Aufgabe ziemlich hoffnungslos. Nach den ЛЕБЕСГЕСЧЕН Untersuchungen lag die Analogie zwischen dem Maße einer Menge und der Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses sowie zwischen dem Integral einer Funktion und der mathematischen Erwartung einer zufälligen Größe auf der Hand. Diese Analogie ließ sich auch weiter fortführen: so sind z. B. mehrere Eigenschaften der unabhängigen zufälligen Größen den entsprechenden Eigenschaften der orthogonalen Funktionen völlig analog. Um, ausgehend von dieser Analogie, die Wahrscheinlichkeitsrechnung zu begründen, hätte man noch die Maß- und Integrationsstheorie von den geometrischen Elementen, welche bei ЛЕБЕСГЕСЧЕН noch hervortreten, zu befreien. Diese Befreiung wurde von ФРАЧЕТ vollzogen.

Der diesen allgemeinen Gesichtspunkten entsprechende Aufbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung war in den betreffenden mathematischen Kreisen seit einiger Zeit geläufig; es fehlte jedoch eine vollständige und von überflüssigen Komplikationen freie Darstellung des ganzen Systems (es befindet sich allerdings ein Buch von ФРАЧЕТ (Literaturverzeichnis (2)) in Vorbereitung).

Ich möchte hier noch auf diejenigen Punkte der weiteren Darstellung hinweisen, welche außerhalb des erwähnten, den Kennern vertrauten Ideenkreises liegen. Diese Punkte sind die folgenden: Wahrscheinlichkeitsverteilungen in unendlich-dimensionalen Räumen (drittes Kap., § 4), Differentiation und Integration der mathematischen Erwartungen nach einem Parameter (viertes Kap., § 5), vor allem aber die Theorie der bedingten Wahrscheinlichkeiten und Erwartungen (fünftes Kap.). Es sei dabei hervorgehoben, daß diese neuen Fragestellungen notwendigerweise aus einigen ganz konkreten physikalischen Fragestellungen entstanden sind¹.

¹ Vgl. z. B. die in der Fußnote 1 auf der S. 41 zitierte Arbeit von Herrn ЛЕОНТОВИЧ und dem Verfasser sowie М. ЛЕОНТОВИЧ: Zur Statistik der kontinuierlichen Systeme und des zeitlichen Verlaufes der physikalischen Vorgänge. *Phys. Z. Sowjetunion* Bd. 3 (1933) S. 35—63.

Das sechste Kapitel enthält eine Übersicht (ohne Beweise) einiger Resultate von Herrn КНИТЧУК und dem Verfasser über die Anwendbarkeitsgrenzen des gewöhnlichen und des starken Gesetzes der großen Zahlen. In dem Literaturverzeichnis sind einige neuere Arbeiten angegeben, welche vom Standpunkte der Grundlagenfragen von Interesse sein dürften.

Herrn А. КНИТЧУК, der das ganze Manuskript sorgfältig durchgelesen und dabei mehrere Verbesserungen vorgeschlagen hat, danke ich an dieser Stelle herzlich.

Клјасма bei Moskau, Ostern 1933.

A. KOLMOGOROFF.