6.2 Satz $\mathcal{F}: \mathcal{M}^b \ni \mu \longmapsto \hat{\mu} \in C_u^b(\mathbb{R}^d)$ ist linear, $\|\hat{\mu}\|_\infty \le \|\mu\|$ $\left(\|\mu\| = \sup_{|f|\le 1} \langle \mu, f\rangle\right)$

Bew. 1. $|e^{iz}-1| \le |z|\cdot e^{|z|} \wedge 2,\ z\in\mathbb{R}$ [Potenzreihe]

$\Rightarrow |e^{i\langle \vec{x},\vec{y}\rangle}-1| \le \|\vec{x}\|_2 \|\vec{y}\|_2\, e^{\|\vec{x}\|\|\vec{y}\|} \wedge 2$

2. μ ist straff. $\forall \varepsilon>0\ \exists$ kp. K_ε mit $\mu(\complement K_\varepsilon) < \varepsilon$ (OBdA $\mu \in \mathcal{M}^1$). Sei $\eta > 0$.

$$(*)\ |\hat{\mu}(\vec{y})-1| \le \int_{K_\varepsilon} + \int_{\complement K_\varepsilon} \left(\|\vec{x}\|\|\vec{y}\|\, e^{\|\vec{x}\|\|\vec{y}\|} \wedge 2\right) d\mu(\vec{x})$$

(für $\|\vec{y}\|<\delta$) $\le 2\varepsilon + \delta \cdot \int_{K_\varepsilon} \|\vec{x}\| \cdot e^{\delta\|\vec{x}\|}\, d\mu(\vec{x}) < \eta$

für genügend kleine ε, δ: $(*) < \eta$, $\delta < \delta_0(\eta)$

$\Rightarrow$ Stetigkeit in 0.

$$|\hat{\mu}(\vec{y}) - \hat{\mu}(\vec{z})| \le \underbrace{\int \underbrace{|e^{i\langle \vec{x},\vec{y}\rangle}|}_{1}\, |1-e^{i\langle \vec{x}, \vec{z}-\vec{y}\rangle}|\, d\mu(\vec{x})}_{<\eta \text{ für } \|\vec{y}-\vec{z}\|<\delta(\eta)}$$

Linearität offensichtlich.