

Satz 3.3:

Ist G_k die Verteilungsfunktion der χ_k^2 -Verteilung, so gilt für $n \rightarrow \infty$
$$P_n(V^2 \leq u) \rightarrow G_{r-1}(u).$$

Dies bedeutet, dass man für c_α den Wert von $\chi_{r-1, 1-\alpha}^2$ benutzen kann, für den $G_{r-1}(\chi_{r-1, 1-\alpha}^2) = 1-\alpha$ ist.

Als Faustregel für die Größe von n gilt dabei nach Van der Waerden die Bedingung $n\alpha_i \geq 2 \quad \forall i \in \{1, \dots, r\}$.

Die Teststatistik $V^2(x)$ kann man sich in abgewandelter Form auch zur Überprüfung auf Unabhängigkeit nutzbar machen. Hat man n Eigenschaftsträger mit Merkmalen R und S , die in r und s Varianten vorkommen, so kann man eine Kontingenztafel in der Form $r \times s$ -Matrix aufstellen. Ist $v_{j,k}$ die W' der Merkmalskombination (j,k) und ist p_j die Wahrscheinlichkeit, mit der das erste Merkmal die Ausprägung j hat, und ist τ_k die W' in gleicherweise für das zweite Merkmal, so lautet die Unabhängigkeitshypothese, dass $v_{j,k}$ von der Form $p_j \cdot \tau_k$ ist. Unsere modifizierte Teststatistik lautet dann

$$\tilde{V}^2 := \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^s \frac{(n_{j,k} - n_{j\cdot} \cdot n_{\cdot k} / n)^2}{n_{j\cdot} \cdot n_{\cdot k} / n}$$

mit $n_{j,k}$ Anzahl der Beobachtung mit (j,k) -Merkmalskombination, $n_{j\cdot} = \sum_{k=1}^s n_{j,k}$
 $n_{\cdot k} = \sum_{j=1}^r n_{j,k}$ und den MLS $\hat{p}_j = n_{j\cdot} / n$ und $\hat{\tau}_k = n_{\cdot k} / n$ für p_j und τ_k .

Unser c_α lautet dann entsprechend $\chi_{(r-1)(s-1), 1-\alpha}^2$, da durch das Schätzen von p_j und τ_k zwei Freiheitsgrade verloren gehen.

Textgrundlage Teile 1, 2, 3: Krengel, U.: „Einf. i. d. Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik“, 8. Auflage

Teil 3 zus.: www.wikipedia.de