Vortrag 12: „Einige wichtige Testverfahren – der t-Test"

In diesem Vortrag sollen einige wichtige Testverfahren für nicht-diskrete ZV's vorgestellt werden, vor allem soll aber der t-Test nach W. S. Gosset mathematisch hergeleitet werden.

Def. 1.1:

Für eine ZV X mit Wertebereich $\mathcal{X}$, Hypothese H und Alternative K heißt die Abb. $f(x): \mathcal{X} \to [0,1]$ mit Verwerfungswahrscheinlichkeit $f(x)$ für H (s. Vortrag 9) Hypothesentest. Für alle $x \in R$, R Verwerfungsber., gilt $f(x) = 1$.

Def. 1.2:

a) Ein Test f^* heißt Neyman-Pearson-Test, wenn eine Konstante $c^* \in \mathbb{R}_0^+$ existiert mit $f^*(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in R \text{ und } P_K(x) > c^* P_H(x) \\ 0, & \text{falls } P_K(x) < c^* P_H(x) \end{cases}$

wobei für $P_K(x) = c^* P_H(x)$ $\quad 0 \leq f(x) \leq 1$ gelten soll.

b) Für die Ws., dass kein Fehler 2. Art begangen wird, $\beta(f_1)$ und $\beta(f_2)$ gelte für α fest $\beta(f_1) > \beta(f_2)$, dann heißt f_1 schärfer als f_2.

Satz 1.3: (Neyman-Pearson-Lemma)

Für das Testen einer einfachen Hypothese gegen eine einfache Alternative gilt:

a) Ist f^* NPT, so ist f^* mindestens so scharf wie alle anderen Tests zu festem α.

b) Zu $0 \leq \alpha \leq 1$ existiert NPT f^* mit Niveau $E_H(f^*) = \alpha$.

[ohne Beweis, s. dafür Krengel S. 101f]

Der t-Test gehört zu den sogenannten Likelihood-Quotienten-Tests, deswegen benötigen wir die nachfolgende Definition, bevor wir zum eigentlichen Hauptthema kommen, genauso wie die vorherigen Definitionen und Sätze: