Anwendungsbeispiele für den Satz von de Moivre - Laplace:

① „Kontrolliertes Überbuchen":

Erfahrungsgemäß treten etwa 4% der Inhaber von Flugtickets ihre Reise nicht an. Für einen Flug mit 264 Sitzen werden 270 Tickets verkauft. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, mit der mehr als 264 Ticketinhaber erscheinen.

Sei $X_i = \begin{cases} 1 & \text{Inhaber des i. Tickets erscheint} \\ 0 & \text{——— " ——— nicht} \end{cases}$.

Dann ist $S_{270} = \sum_{i=1}^{270} X_i$ $b_{270,0,96}$-verteilt.

$E(S_{270}) = 270 \cdot 0{,}96 \approx 259{,}2$

$Var(S_{270}) = 270 \cdot 0{,}96 \cdot 0{,}04 \approx 10{,}37$

$P(S_{270} > 264) = P\left(\frac{S_{270} - 259{,}2}{\sqrt{10{,}37}} > 1{,}49\right) = P(S_{270}^* > 1{,}49) = 0{,}068.$

$\therefore$ Es erscheinen mit einer Wahrscheinlichkeit von 6,8% mehr als 264 Ticketinhaber.

② Meinungsforschungsinstitut:

Es soll der Anteil $p$ der Anhänger einer Partei unter den Wahlberechtigten ermittelt werden. Es wird eine Stichprobe genommen und $p$ kann geschätzt werden durch den Anteil $\hat{p}$ der Partei-Anhänger in dieser Stichprobe $X_1, \dots, X_n$. Es gilt

$X_i = \begin{cases} 1 & \text{Person i ist Anhänger der Partei} \\ 0 & \text{——— " ——— kein ——— " ———} \end{cases}$ und $\hat{p} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n} = \frac{S_n}{n}$

Der Schätzfehler $|\hat{p} - p|$ soll mit der W'keit von mindestens 0,95 nicht größer als 0,02 sein. Wie groß muss der Stichprobenumfang $n$ sein?

$$P\left(\left|\frac{S_n}{n} - p\right| \leq 0{,}02\right) = P\Bigg(\Bigg|\underbrace{\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}}_{= S_n^*}\Bigg| \leq \frac{0{,}02 \cdot n}{\sqrt{np(1-p)}}\Bigg) \overset{p(1-p) \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{p(1-p)}} \geq 2}{\geq} P(|S_n^*| \leq 0{,}04 \cdot \sqrt{n}) =$$

$$= \Phi(0{,}04\sqrt{n}) - \Phi(-0{,}04\sqrt{n}) = 2 \cdot \Phi(0{,}04\sqrt{n}) - 1 = 0{,}95 \quad \Rightarrow n = 2401$$

Es müssen also mindestens 2401 Wahlberechtigte befragt werden.