

Prof. Dr. J. Woerner

**Übungen zur Stochastik II ,WS 08/09
Blatt 9**

Aufgabe 1:

Seien X und Y Zufallsvariable mit Korrelation ρ . Zeigen Sie, dass $E((Y - E(Y|X))^2|X) \leq (1 - \rho^2)Var(Y)$.

Aufgabe 2:

Seien X und Y Zufallsvariable mit gemeinsamer Dichte $f(x, y) = cx(y-x)e^{-y}$ für $0 \leq x \leq y < \infty$.

a) Berechnen Sie c .

b) Zeigen Sie, dass $f_{X|Y}(x|y) = 6x(y-x)y^{-3}$ für $0 \leq x \leq y$ ist und $f_{Y|X}(y|x) = (y-x)e^{x-y}$ für $0 \leq x \leq y < \infty$ ist.

c) Zeigen Sie weiterhin, dass $E(X|Y) = \frac{1}{2}Y$ und $E(Y|X) = X + 2$.

Aufgabe 3/4:

Seien τ, σ Markovzeiten auf (Ω, \mathcal{A}) bezüglich einer Filtration (\mathcal{A}_n) . Zeigen Sie:

a) \mathcal{A}_σ und \mathcal{A}_τ sind σ -Algebren.

b) $\tau + \sigma$, $\max(\tau, \sigma)$ und $\min(\tau, \sigma)$ sind Markovzeiten.

c) Aus $A \in \mathcal{A}_\tau$ folgt $A \cap \{\tau \leq \sigma\} \in \mathcal{A}_\sigma$.

d) Aus $\tau < \sigma$ folgt $\mathcal{A}_\tau \subset \mathcal{A}_\sigma$.

e) $\{\tau < \sigma\}$, $\{\tau = \sigma\}$ und $\{\tau \leq \sigma\}$ sind in \mathcal{A}_τ wie auch \mathcal{A}_σ .

Abgabe der Übungsblätter bis Do 8.1.2009, 14 Uhr in den Übungskasten Nr. 22.

Frohe Weihnachten und ein gutes Jahr 2009!