Prof. Dr. J. Woerner

Übungen zur Stochastik II, WS 08/09
Blatt 1

Aufgabe 1:
Seien $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $(Y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und X reelle Zufallsvariable. Zeigen Sie, dass aus

$$\begin{aligned} X_n &\xrightarrow{d} X \\ Y_n &\xrightarrow{P} 0 \end{aligned}$$

folgt

$$X_n + Y_n \xrightarrow{d} X.$$

(Hinweis: Benutzen Sie, dass die Stetigkeitsstellen einer Verteilungsfunktion dicht in $\mathbb{R}$ sind.)

Aufgabe 2:
Sei P ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$. Zeigen Sie, dass dann endliche diskrete Wahrscheinlichkeitsmaße P_n existieren mit $P_n \xrightarrow{d} P$.

Aufgabe 3:
Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:
Die Verteilungsfunktion F eines Wahrscheinlichkeitsmaßes P auf $\mathbb{R}$ ist stetig auf $\mathbb{R}$ genau dann wenn $P(\{x\}) = 0$ für $x \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 4:
zum Beweis des Satzes von Glivenko-Cantelli:
Seien $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ iid Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion F. Es sei $\hat{F}_n(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1_{(-\infty,x]}(X_i)$ die n-te empirische Verteilungsfunktion. Zeigen Sie, dass

$$\rho(\hat{F}_n, F) = \sup_{x\in\mathbb{R}} |\hat{F}_n(x) - F(x)|$$

messbar ist.

Abgabe der Übungsblätter bis Do 30.10.2008, 14 Uhr in den Übungskasten