

A2 (b) z.z. $E(X|F) = E(X|\bar{F})$ \bar{P} -f.s.

Sei $C \in \bar{F}$, d.h. $C = A \cup B$ mit $A \in F$ und

$B \subset \Omega$, $B \in \mathcal{N}$ mit $P(N) = 0$.

$$P(C) = P(A)$$

$$\Rightarrow E(X|C) = \int_C X d\bar{P}$$

$$= \int_{\Omega} 1_{A \cup B} X d\bar{P}$$

$$= \int_{\Omega} 1_A X d\bar{P} + \int_{\Omega} 1_B X d\bar{P} - \int_{\Omega} 1_{A \cap B} X d\bar{P}$$

$$= \int_{\Omega} 1_A X d\bar{P}$$

$$= E(X|A)$$