Universität Dortmund
Lehrstuhl Mathematik IV
Prof. Dr. W. Hazod

6.05.2008

Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitstheorie SoSe 2008
Blatt 4

Aufgabe 13 Zeigen Sie:
a) $\mu \in M^1(\mathbb{R}^d)$ ist voll [resp. S-voll] genau dann, wenn $\forall a \in \mathrm{End}(\mathbb{R}^d)$ gilt: $a(\mu) \neq \varepsilon_0$ [resp. $a(\mu) \neq \varepsilon_x, \ \forall x \in \mathbb{R}^d$].
b) μ ist S-voll $\Leftrightarrow \mu * \widetilde{\mu}$ ist voll
$\Leftrightarrow \mu * \varepsilon_x$ ist voll $\forall x \in \mathbb{R}^d$
c) μ ist voll $\Leftrightarrow \mu^k$ ist voll für alle $k \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 14 **a)** Zeigen Sie:
$\mu_n \to \mu$ (schwach) und $a_n \to a$ (in $\mathrm{End}(\mathbb{R}^d)$) $\Rightarrow$ $a_n(\mu_n) \to a(\mu)$ (schwach)
b) Insbesondere: $\mu_n \to \mu, \quad a_n \to 0$ (in $\mathrm{End}(\mathbb{R}^d)$) $\Rightarrow$ $a_n(\mu_n) \to \varepsilon_0$

Aufgabe 15 **a)** Sei $Tr(\mu) := \left\{x \in \mathbb{R}^d : \forall r > 0 : \mu(K_r(x)) > 0\right\} =$
$= \complement \left\{y \in \mathbb{R}^d : \exists r > 0 : \mu(K_r(y)) = 0\right\}$ der Träger von μ. Zeigen Sie, daß $Tr(\mu)$ abgeschlossen ist und daß stets gilt:
$Tr(\mu * \nu) = (Tr(\mu) + Tr(\nu))^-$.
a) Zeigen Sie für $\rho \in M^1(\mathbb{R}^d)$: $\rho * \rho = \rho \Rightarrow \rho = \varepsilon_0$.
$[\![$ Betrachten Sie zunächst den Fall $\rho = \widetilde{\rho}$. In diesem Fall ist $0 \in Tr(\rho)$. $]\!]$

c) Sei $\nu_n^{k_n} \to \mu$. Sei $l_n/k_n \to 0$. Dann folgt: $\nu_n^{l_n} \to \varepsilon_0$.
$[\![$ $\left\{\nu_n^{l_n}\right\}$ ist relativ kompakt und die Häufungspunkte sind idempotent $]\!]$