

# Mathematik Problemlösestrategien entwickeln

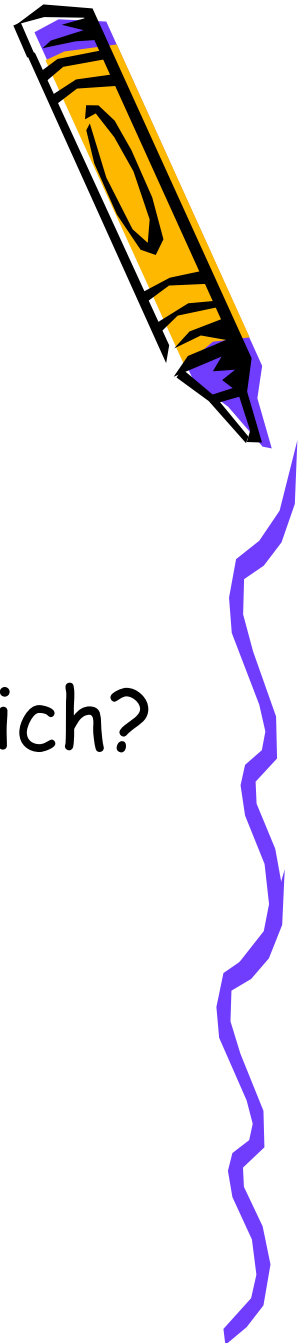
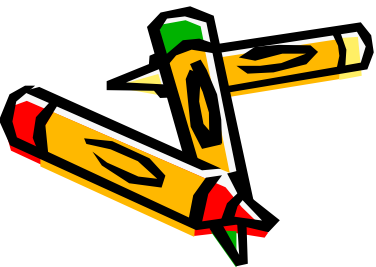
Dortmund  
20. September 2009



Elke Binner, Potsdam

# Wir wollen etwas tun ...

- Ein Problem bearbeiten
- Problemlösen - was ist das eigentlich?
- Aufgaben zum Erproben



# ... das nehmen wir wörtlich

- Wir wollen den Strick zum Messen nutzen. Finde und beschreibe einen Weg, wie man längere und kürzere Streckenlängen damit messen kann.
- Das ist das Ziffernblatt einer Uhr. Finde und beschreibe einen Weg, das Ziffernblatt zu unterteilen.
- Bauvorschrift: Es ist ein Quader, der aus 24 Würfeln besteht. Die Hälfte der Bausteine ist blau, ein Viertel rot und der Rest sind gelbe Bausteine.
  - Baue diesen Quader.
  - Beschreibe den Quader in dem du seine Maße und Farbanteile angibst.



# Was passiert?

... meine Beobachtungen

## Auftragserteilung

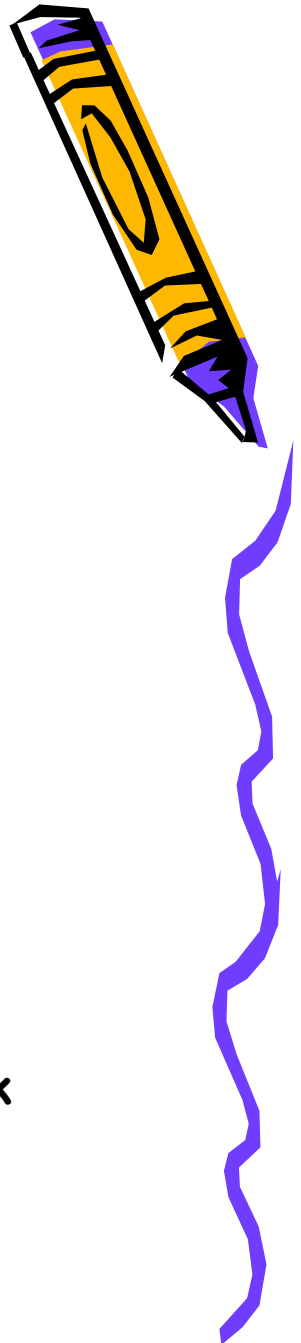
- Es liegt ein Text mit Informationen vor
- Kein Kommentar von mir - Nachfragen sind erlaubt, erwünscht

## Arbeitsphase

- Sie diskutieren, probieren und dokumentieren
- Es entstehen unterschiedliche Lösungswege

Kurz gesagt:

**Sie betreiben und entdecken Mathematik**



Mehrfaches Lesen bzw. Durchdenken

Neues, anders Denken über einen vertrauten oder bekannten Sachverhalt

Veranschaulichen - Darstellungen durch legen und bauen, Skizzen

Mehrere Bedingungen beachten - Abhängigkeiten

Offenheit

Problemlösestrategien



# Alltag... und Leidensdruck

Musteraufgabe mit Musterlösung in leicht abgewandelten Beispielen wiederholen - **Üben**

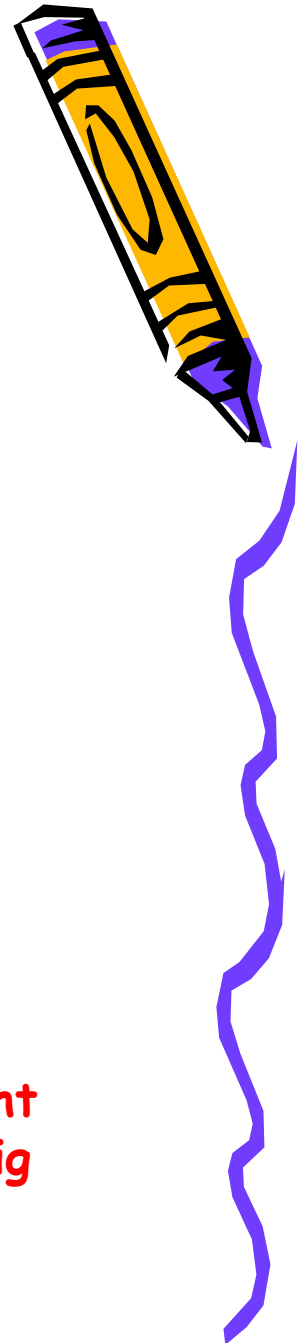
Aufgaben mit einer Verknüpfung, Aufgaben mit mehreren Verknüpfungen

Zuschnitt der Aufgabentexte zur **Erleichterung ihrer Entschlüsselung**

Bearbeitungsschritte Frage-Rechnung-Antwort - als **hilfreiche, verpflichtende Struktur**

... die erforderlichen Denkaktivitäten werden nicht gefördert, sondern im Extrem als nicht notwendig erachtet.

Didaktische Interventionen





Heuristische Strategien der Problemlösung lassen sich nicht inhaltsentrückt als solche lernen.

## Prozesse

Das Zusammenspiel bedeutsamer Inhalte und kognitiver Herausforderungen scheint für das Lernen-Lernen am erfolgversprechendsten zu sein.



# Anforderungen - Aufgaben

## Problem ...

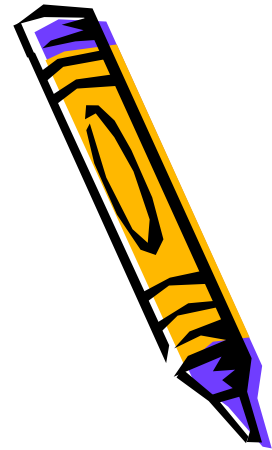
Die Besonderheit in der Grundschule ist, dass die direkte Umsetzung der mathematischen Struktur in ein Gleichungssystem entwicklungs- und wissensbedingt noch nicht erfolgen kann.

Strategien

Die Kinder sind dadurch während des Lösungsprozesses immer wieder darauf angewiesen, zu inhaltlichen Überlegungen zurückzukehren.

... und Chance

R. Rasch





# Problemlösen

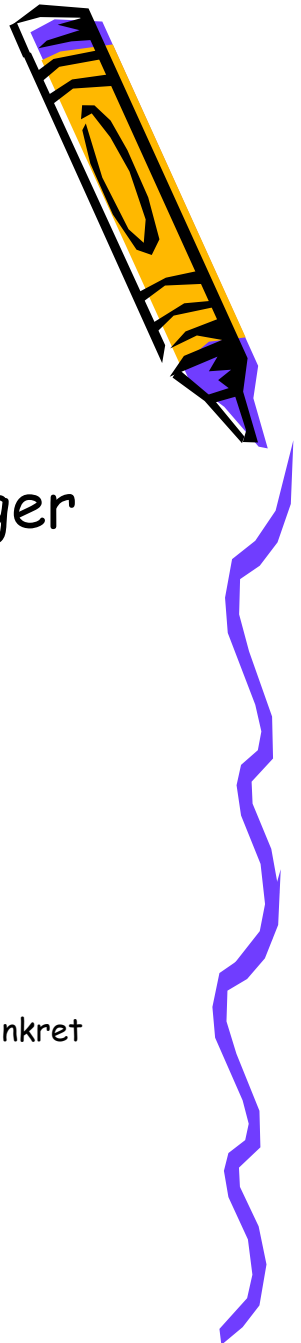
- Mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden
- Lösungsstrategien entwickeln und nutzen
- Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen

Walther u.a.

Bildungsstandards für die Grundschule - Mathematik konkret  
(Cornelsen)



Elke Binner, Potsdam



# Allgemeine - prozessbezogene Kompetenzen



- Lebendige Auseinandersetzung mit Mathematik
- regelmäßige Aktivitäten der Kinder

Blick auf:

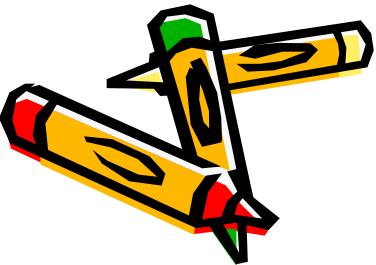
- **AUFGABEN**
  - Kultur des Erforschens, Entdeckens und Erklärens
  - Maßnahme der Individualisierung
- Offene Formen der Leistungsermittlung (Selter/Sundermann)
  - Kleine Erfolge sehen ... Teilleistungen anerkennen



# ? Problemhaltige Aufgaben ?

## Besonderheiten

- Text knüpft an die Erfahrungswelt der Kinder an und schildert ungewohnte mathematische Zusammenhänge
- Mathematische Struktur der Aufgabe in anspruchsvolle sprachliche Formulierungen eingebettet
- Aufgaben mit mehreren voneinander abhängigen Bedingungen, die vom Lösenden gleichzeitig zu berücksichtigen sind
- Problemaufgaben - Aspekt der Offenheit
- Abgrenzung zu eingekleideten Routineaufgaben



# Unterrichtsbedingungen...



Das Bearbeiten der Aufgabe ist von Anfang an Sache der Kinder...

d.h. Anleitung zum Lösen durch Lehrkraft entfällt

- ... nutzen ihr sachliches und sprachliches Wissen bei der Aufgabenbearbeitung und stellen es dar
- ... können die ihnen zur Verfügung stehenden Ausdrucksmittel frei wählen
- ... so können sie ihre Sprache als Denkwerkzeug und Ausdrucksmittel frei entfalten und dabei weiterentwickeln
- ... es kann sich ein eigener Lösungsrhythmus ausbilden

K  
O  
M  
M  
U  
N  
I  
K  
A  
T  
I  
O  
N



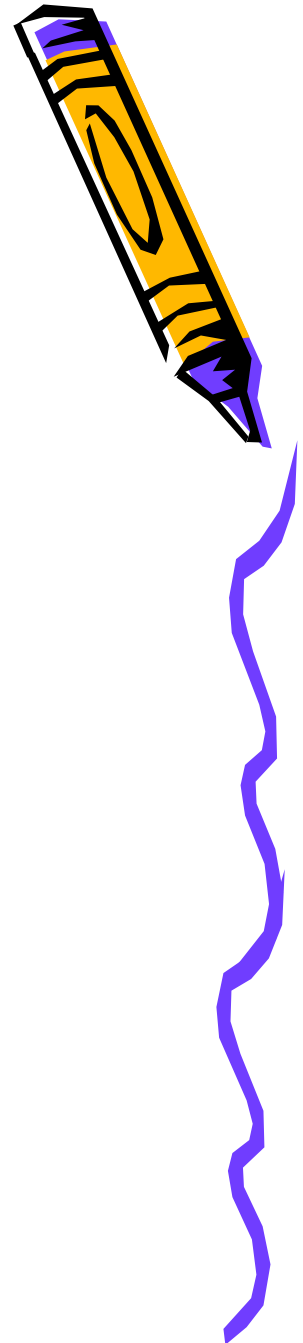
# ... Unterrichtsbedingungen

- Fester organisatorischer Rahmen - notwendige Sicherheit und Orientierung für die Kinder
- Heterogenität - weitere Ausgestaltung der Aufgabe
- Beobachtungen, Rückmeldungen, Wertung



# Unterricht gestalten ...

- *Reflexion...*
- Vorstellen der neuen Aufgabe... (Vorlesen, selber Lesen, Betrachten...)
  - Reaktionen der Kinder
  - Verständigung, Veranschaulichung,...
  - erste Lösungsvorschläge...
- Lösungsarbeit in heterogenen Gruppen
  - es passiert nichts !? WIRKLICH?
  - Wege, Gedanken sichern - dokumentieren, aber wie?
- Vorstellen der Arbeitsergebnisse
- Reflexion ... auch über die Methoden

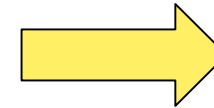


# Unterricht gestalten ...

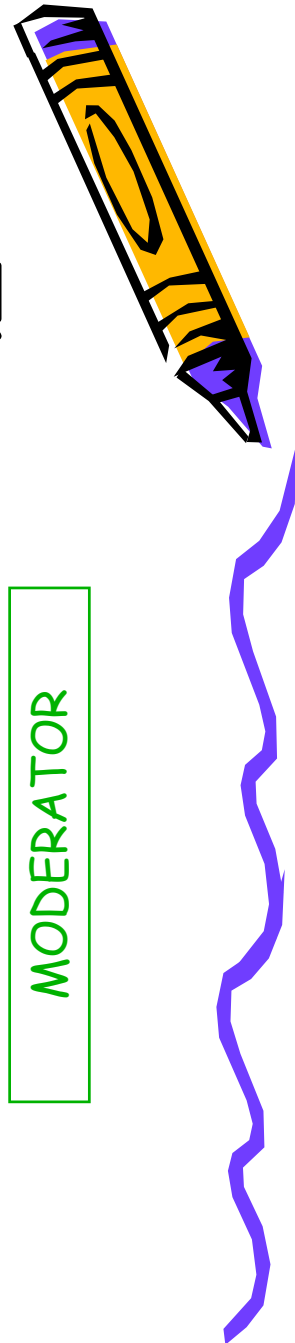
## !!!???... MEINE ROLLE...???!!!

- *Reflexion...*
- Vorstellen der neuen Aufgabe...
  - Reaktionen der Kinder
  - Verständigung, Veranschaulichung,...
  - erste Lösungsvorschläge...
- Lösungsarbeit in heterogenen Gruppen
  - Findephase
  - Sicherungsphase
- Vorstellen der Arbeitsergebnisse
- Reflexion

Die Arbeit den Kindern überlassen



MODERATOR



## Diskussion(en)

Zugang der Kinder  
Interessen der Kinder  
Bedeutsamkeit für die Kinder  
Ansätze für Fragestellungen

Kommunizieren,  
Argumentieren,  
Lesekompetenz  
Dokumentieren

Zuhören,  
Nachfragen,  
Regeln,..

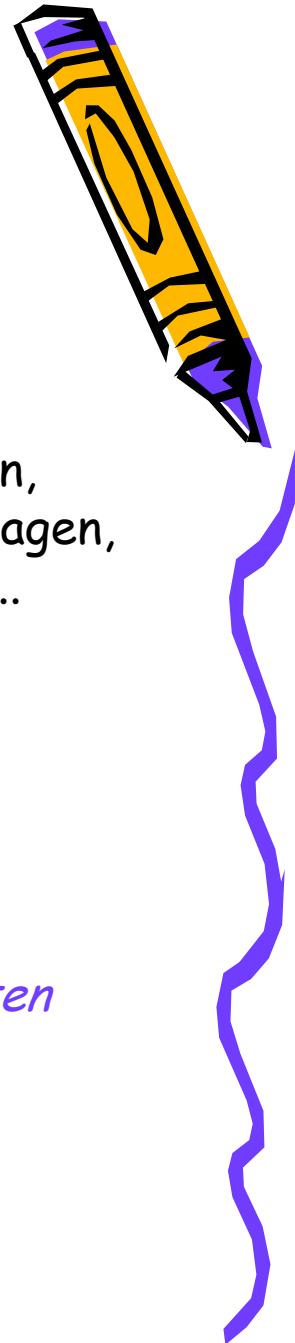
Zeit zum Beobachten  
**MODERATOR**  
reflektieren

*... Verstehen von Sachverhalten erforderlichen Fähigkeiten  
zu entwickeln, zu fördern und zu kultivieren...*

Fragen...

Aufgabenstellungen  
Dokumentieren

Elke Binner, Potsdam







Das didaktische Hauptbemühen ist darauf gerichtet,  
die für das

*Verstehen von Sachverhalten erforderlichen  
Fähigkeiten zu entwickeln, zu fördern und zu  
kultivieren.*

## Sachrechnen



# Rahmenlehrplan Grundschule Mathematik der Länder BB, BE, HB, MV

## 5 Inhalte

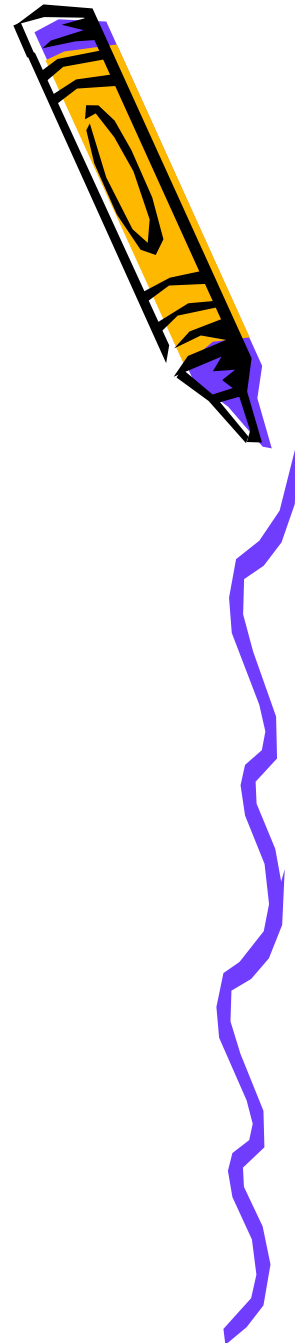
### 5.1 Übersicht über die Themenfelder

#### S.27

...

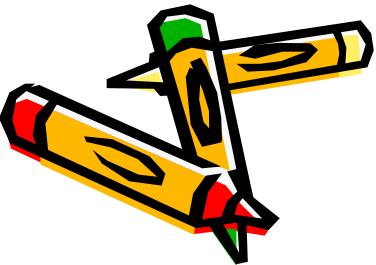
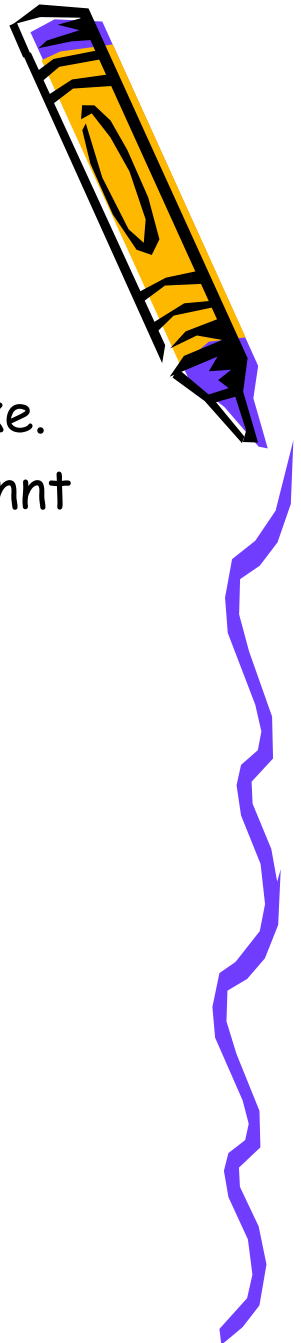
Sachrechnen ist kein eigenes Themenfeld,  
weil inner - und außermathematische **Problemlöseprozesse**  
in allen Themenfeldern eine Rolle spielen.

Zwischen dem **Nachdenken** über die Sache und  
**Rechnen** mit der Sache muss eine Beziehung hergestellt  
werden, die die **selbstständige Analyse** und das **Verstehen**,  
des Sachverhalts fördert...



# Aufgaben ...

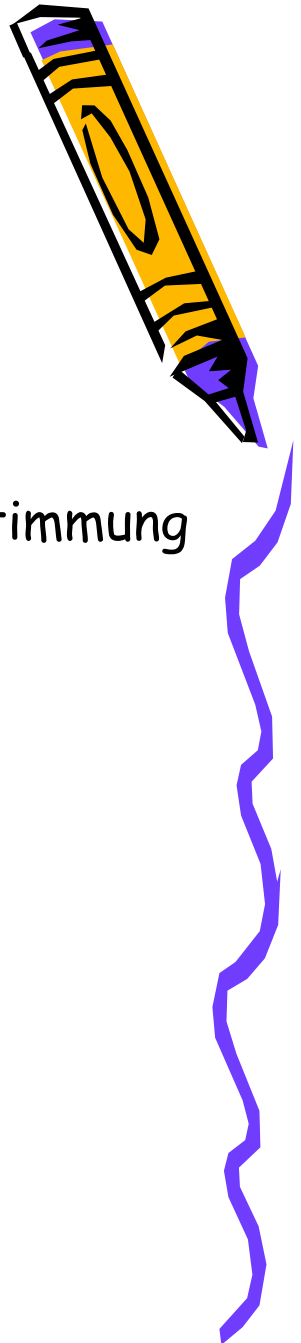
Monique und Antonia legen aus kleinen Quadraten Rechtecke. Beide haben die gleich Anzahl zur Verfügung. Monique beginnt mit 4 Quadraten in einer Reihe, Antonia mit 3 Quadraten.



# Versteckte Mathematik

- 1x1-Aufgaben
- Gemeinsame Vielfache (k.g.V)
- Vorstellungen vom Flächeninhalt/ Weg zur Bestimmung (Auslegen und Berechnung)
- Flächengleichheit
- Zuordnungen - indirekte Proportionalität

Variation der Aufgabe und weitere Nutzung  
Untersuche den Umfang...





Monique und Antonia legen aus kleinen Quadraten Rechtecke. Beide haben die gleich Anzahl zur Verfügung. Monique beginnt mit 4 Quadraten in einer Reihe, Antonia mit 3 Quadraten.

Lege/Zeichne ein Rechteck, dass Monique und Antonia erhalten.  
Wie viele Quadrate hat jeder verwendet?

Findest du noch eine andere Möglichkeit... ?  
Gib die Maße und den Flächeninhalt der Rechtecke an.

Untersuche deine gefundenen Möglichkeiten.  
*Entdeckst du einen Trick?*

Gib die Maße der Fläche und den  
Flächeninhalt der Rechtecke an.



# Aufgaben

Monique und Antonia legen aus kleinen Quadraten Rechtecke. Beide haben die gleiche Anzahl zur Verfügung. Monique beginnt mit 4 Quadraten in einer Reihe, Antonia mit 3 Quadraten.



## Grad von Offenheit

## Signalwörter für Aktivitäten:

finde, beschreibe,  
lege, baue, zeichne

...

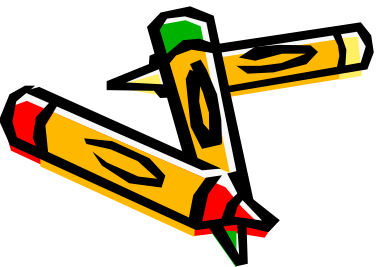
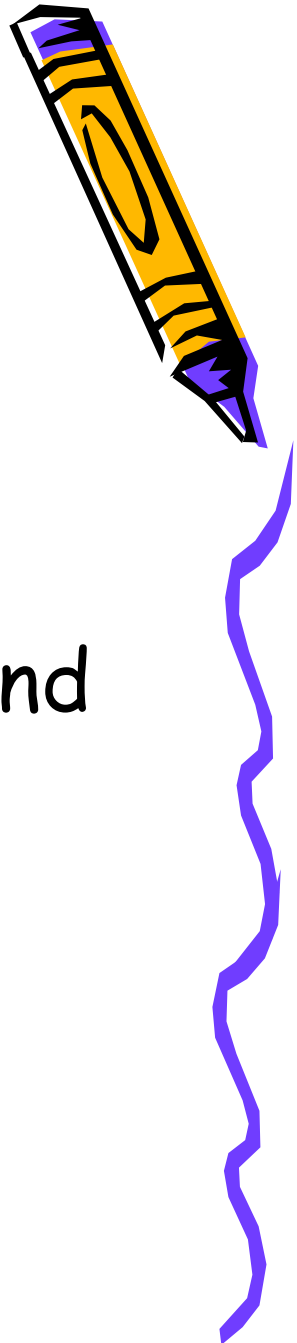
## Variationen

- Monique, Antonia, Paul
- Dreiecke, Tangram
- Quader, Würfel
- doppelt so viele
- ...

Eigenproduktionen von Kindern



Womit man/Frau rechnen kann und  
muss...



Elke Binner, Potsdam

# Problemhaltige Denk- und Sachaufgaben



Ob eine Sachaufgabe einer Problemaufgabe zuzuordnen ist, hängt auch von den Voraussetzungen des Kindes ab.

Die Besonderheit der Grundschule als Chance begreifen.





# Forschung...Erfahrungen

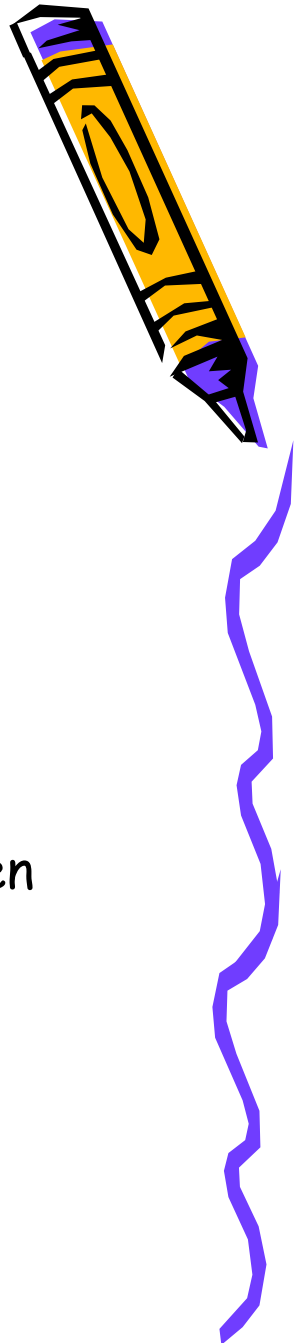
Kinder verfügen über Lösungsstrategien bei Schuleintritt

Lösungsprozesse verlaufen nie linear und geplant

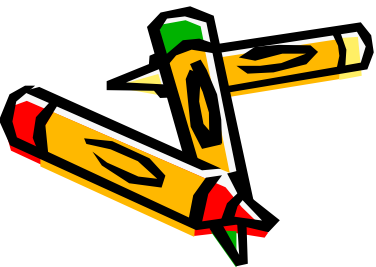
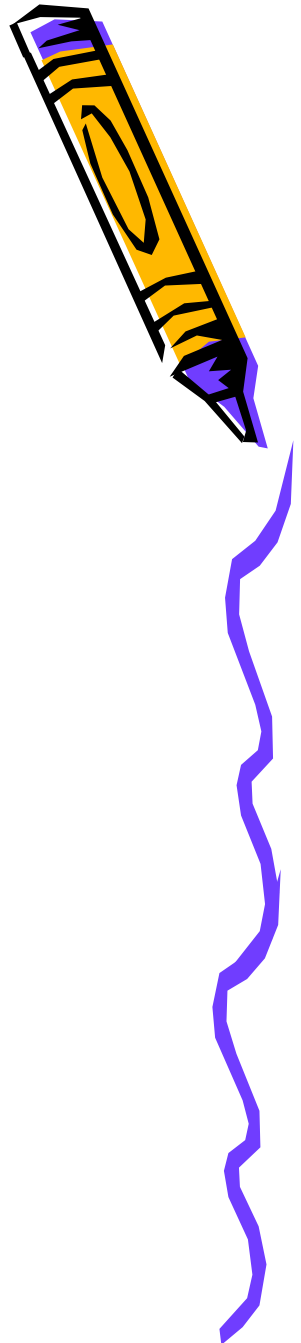
Lösungsstrategien verkümmern - gehen verloren

Mit Materialien handeln... Ausdrucksmittel frei wählen

(Materialien, Zeichnung, Schriftsprache, mathematisch-symbolische Ausdrucksformen)



- Nehmen sie wenige Aufgaben und lassen sie die Schüler tätig werden - (bewegen sich im Sachzusammenhang)
- Klare Aufgabenstellungen, die die Aktivitäten stützen
- Impulse - Nachfragen, aktives Zuhören,...
- Frage nach der Effektivität ... eigene Zielklarheit
- Nicht nur **AGIEREN** sondern auch **REFLEKTIEREN** - insbesondere Bewusstmachen der Strategien
  - ✓ probieren
  - ✓ Verdoppeln, halbieren
  - ✓ Zeichnen, skizzieren
  - ✓ Rückwärts
  - ✓ Tabellen





Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind entscheidend für den Aufbau positiver Einstellungen und Grundhaltungen zum Fach.

In einem Mathematikunterricht, der diesen Kompetenzen in den Mittelpunkt des unterrichtlichen Geschehens rückt, wird es besser gelingen, die Freude an der Mathematik und die Entdeckerhaltung der Kinder zu fördern und weiter auszubauen

Bildungsstandards 2004, S. 8



*Ziel aller Erziehung ist es,  
den Geist zu einer Quelle werden zu lassen  
und nicht zu einer Zisterne*

*Mason*



# Literatur

- Walter, G./van den Heuvel-Panhuizen, M./Granzer, D./ Köller, O. (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. IQB, Cornelsen 2008
- Blum, W./Drüke-Noe, Ch./Hartung, R./ Köller, O. (Hrsg.): Bildungsstandards Mathematik: konkret. IQB, Cornelsen 2007
- Rasch, R.: 42 Denk- und Sachaufgaben. Kallmeyer 2003
- Franke, M.: Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Spektrum 2003
- Büchter, A./Leuders, T.: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Cornelsen 2005
- Selter, Ch./Sundermann, B.: Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Cornelsen 2006
- [www.sinus-grundschule.de](http://www.sinus-grundschule.de) - Modulbeschreibungen
- [www.sinus-transfer.de](http://www.sinus-transfer.de) - Materialpool

