

Andrea PETER-KOOP, Bielefeld

Frühe mathematische Bildung – Grundlagen, Befunde und Konzepte

Frühe mathematische Bildung ist ein Thema, das seit einigen Jahren in Deutschland im Trend liegt. Zu beobachten sind zum einen bildungspolitische Vorgaben wie die länderspezifische Orientierungspläne für die frühe Bildung (vgl. Peter-Koop 2010), Projekte zur (fachlichen) Gestaltung des Übergangs vom Kindergarten zur Grundschule sowie eine zunehmende Akademisierung der Ausbildung von pädagogischen Fachkräften für den vorschulischen Bildungsbereich. Allerdings ist festzustellen, dass weder den Bildungsplänen (Royer 2007) noch den diversen Studiengängen ein einheitliches Bildungskonzept für die vorschulische Mathematik zugrunde liegt. Zum anderen finden sich zunehmend mathematikdidaktische Forschungsprojekte, die im vorschulischen Bereich angesiedelt sind, und das frühe mathematische Lernen zwischen Instruktion und Konstruktion thematisierten.¹

Ziel dieses Beitrages ist ein Überblick über das Handlungs- und Forschungsfeld frühes mathematisches Lernen und Lehren bezogen auf die drei Schwerpunkte (1) historische Entwicklung früher mathematischer Bildungsansätze, (2) Darstellung zentraler Forschungsbefunde und -desiderata sowie (3) Konzepte zur frühen Bildung unter besonderer Berücksichtigung der aktuellen Diskussion in der Elementarpädagogik und ihre Anschlussfähigkeit an die mathematikdidaktische Diskussion.

1. Historische Perspektive

Die Idee der frühen Bildung geht zurück auf Jean Jacques Rousseau, der 1762 mit seinem Werk „Emile oder über die Erziehung“ die Entdeckung der Kindheit anstieß. Johann Heinrich Pestalozzi entwickelte den Erziehungsgedanken Rousseaus weiter in Richtung eines Bildungsverständnisses und warf bereits zentrale Fragen im Schnittpunkt von Pädagogik, Psychologie und Fach auf, die nach wie vor Gegenstand empirischer Forschung sind: Wie aufnahmefähig ist ein Kind in welchem Alter und was ist es bereit zu lernen? Wie unterrichte ich Kinder von unterschiedlicher sozialer Herkunft und mit unterschiedlichem Kenntnisstand? Ein Schüler Pestalozzis, Friedrich Fröbel (1782 – 1852), gründete 1840 in Thüringen den ersten Kindergarten. Ursprünglich sollte die Einrichtung für Kinder von ca. zwei

¹ Diesem Thema war auch internationale Tagung im Februar 2012 in Frankfurt am Main gewidmet. Näheres unter: <http://cermat.org/poem2012/>

bis sieben Jahren eine Anschauungsstätte für Mütter sein, denen Fröbel die entscheidende Bedeutung in der Kindererziehung zusprach, um diesen die Handhabung der von ihm entwickelten Spielgaben aufzuzeigen. Vom Kindergarten sollten positive Impulse in die Familie ausstrahlen. Fröbel wollte den Kindern mit seinen Spielgaben ein ihrer Entwicklung angemessenes Spielmaterial an die Hand geben. Im spielerischen Umgang mit den Spielgaben sollte das Kind deren Struktur erkennen und sich selbst als strukturierendes Wesen erfahren. Zugleich betonte Fröbel in seinen vielfältigen Schriften aber auch die Rolle des Erwachsenen, dem er die Rolle des Spielers zuwies und dessen Aufgaben er genau beschrieb. Er unterstrich die Wechselwirkung zwischen dem vom Kind gesteuerten und vom Erziehenden begleiteten und unterstützten Bildungsprozess (Fröbel 1851, zit. nach Heiland 1974, 124) und verwies damit bereits auf das Spannungsfeld zwischen Instruktion und Konstruktion, in dem sowohl die Praxis als auch die Forschung bis heute stehen.

Interessant ist Fröbel für Mathematikdidaktiker auch aus einem weiteren Grund: In seinen Ausführungen geht Fröbel sehr detailliert auf mathematische Aspekte im Elementarbereich ein und bezieht sich vor allem auf den Bereich Raum und Form – nicht auf Zahlen, wie das aktuell weitgehend zu beobachten ist (s.u.). Viele Lege- und Faltspiele sowie auch Konstruktionsspielzeug (z.B. Bausteine, Lego) gehen auf die Idee von Friedrich Fröbel zurück. Sein Anliegen war es, dass die Kinder die Realität aus geometrischen Formen nachbilden (sog. Lebensformen) oder frei erfundene ästhetische Muster legen (sog. Schönheitsformen) und dabei auch Erkenntnisse über Zahl- und Maßverhältnisse (Erkenntnisformen) ziehen können. Hierbei ist zu betonen, dass sich Fröbel aus fachlicher Sicht mit früher mathematischer Bildung beschäftigte. Er war ausgebildeter Kristallograph, verfügte über solides mathematisches Fachwissen und ging bei seinen Überlegungen wissenschaftspropädeutisch vor. Man kann ihn daher entsprechend als ersten Mathematikdidaktiker bezeichnen.

War Fröbel der Protagonist der frühen mathematischen Bildung im 19. Jahrhundert, so haben diese Rolle im 20. Jahrhundert Jean Piaget und Zoltan Dienes. Piagets (1952) Versuche zur Zahlbegriffsentwicklung wurden als Grundlage für Überlegungen zur frühen mathematischen Bildung herangezogen und dienten als Ausgangspunkt für die Entwicklung von Konzepten, die wiederum nicht Zahlen und das Zählen in den Mittelpunkt stellten, sondern vielmehr darauf abzielten, ein Verständnis für Äquivalenz- und Ordnungsrelationen anzubahnen. Hinzu kam die generelle Neuorientierung des Mathematikunterrichts mit einer Hinwendung zur strukturbezogenen Mathematik. Anstelle der Vermittlung des Rechnens rückte in den 1960er und

1970er Jahren die sog. mathematische Bildung in den Fokus. Die mathematische Früherziehung unterlag dabei häufig, gemäß der damals vorherrschenden Wissenschaftsorientierung, einer strengen Systematik und war weitgehend pränumerisch ausgerichtet. Entsprechende mathematische Forschungs- und Versuchsprojekte dieser Zeit wären ohne den Einfluss der Arbeiten von Zoltan Dienes allerdings nicht denkbar gewesen, wie Radatz, Rickmeyer und Bauersfeld (1972) betonen:

„Mehr als Dreiviertel der Versuchskurse benutzen Dienes-Material bzw. -Methoden, so dass die überwiegende Mehrheit der Versuche sehr wahrscheinlich ohne Z. P. Dienes nicht entstanden wäre. Die wachsende Einsicht in die Bedeutung kompensatorischer Erziehung der Drei- bis Siebenjährigen und das Streben nach einer Modernisierung des Mathematikunterrichts allein hätten wohl schwerlich ausgereicht.“ (S. 230)

Das schnelle Verschwinden vieler diesbezüglicher Ansätze und Projekte in den 1980er Jahren ist in erster Linie auf den Gegensatz zwischen großen Zielen und hohem Anspruch auf der einen und mühsamer Kleinarbeit und wenig allgemeiner Akzeptanz für die Methoden auf der anderen Seite zurückzuführen (Besuden 2007). Kritik am strukturbezogenen Ansatz der mathematischen Frühförderung betraf vor allem das verschulte Vorgehen, das nicht an die Alltags- und Spielerfahrungen der Kinder gebunden war. Im 21. Jahrhundert ist nun ausgelöst durch den sog. PISA-Schock ein „Revival“ der frühen (mathematischen) Bildung zu beobachten. Und im Gegensatz zu den verschulden und streng pränumerisch ausgerichteten Konzepten der sechziger und siebziger Jahre betonen gegenwärtige forschungsbezogene Ansätze und bildungspolitische Vorgaben vielfach inhaltlich die Auseinandersetzung mit Zahlen und Zählen sowie methodisch einen engen Alltags- und Spielbezug vorschulischer mathematischer Förderung. Um deutlich zu machen, warum aktuelle Ansätze inhaltlich nun eindeutig numerisch ausgerichtet sind, werden im Folgenden diesbezüglich einschlägige Befunde vorgestellt und diskutiert. Abgeleitet werden Desiderata für die mathematikdidaktische Forschung.

2. Wissenschaftliche Perspektive

Parallel zur weitgehend pränumerisch ausgerichteten Praxis der mathematischen Früherziehung wurde in den 1970er Jahren in der Forschung hingegen ausdrücklich die Bedeutung früher Zählfähigkeiten in den Fokus gerückt. Aufgrund der Beobachtung, dass auch junge Kinder bereits über Einsichten und Fertigkeiten in Bezug auf Zahlen verfügen, unterstreichen die Vertreter(-innen) des *skills integration* Ansatzes die Bedeutung des Zählens, der Simultanerfassung und des Vergleichens bei der Entwicklung des

Zahlbegriffs (vgl. Gelman & Gallistel 1978, Fuson 1983, Resnick 1983). In einem aktuellen Entwicklungsmodell früher numerischer Kompetenzen beschreibt Krajewski (2008) – unter Rückgriff auf theoretische Arbeiten von Resnick (1989) zu protoquantitativen Schemata – die sich bis zum Schuleintritt entwickelnden Mengen-Zahlen-Kompetenzen anhand von drei Kompetenzebenen. Sie bilden die Grundlage für das Verständnis der Schulmathematik, wobei die ersten beiden Kompetenzebenen (numerische Basisfertigkeiten; Verständnis für Mengenrelationen und Anzahlkonzept) als sogenannte mathematische Vorläuferfähigkeiten betrachtet werden (ebd.). Die Kompetenzen der dritten Ebene (Anzahlrelationen) hingegen erfordern bereits erste Rechenfertigkeiten und bilden damit den Beginn eines arithmetischen Verständnisses.

Auch wenn der Schwerpunkt der Forschungsarbeiten der letzten vierzig Jahre bezogen auf das frühe Mathematiklernen i.W. auf der Entwicklung des Zahlbegriffs liegt, so kann dies nicht losgelöst von der Entwicklung in den Bereichen Geometrie (Clements 2004), Maßzahlverständnis (Schmidt & Weiser 1986) und Muster- und Strukturierungsfähigkeit (Lüken 2011) betrachtet werden. Bislang fehlt jedoch noch ein Entwicklungsmodell, das nicht nur isoliert auf numerische Kompetenzen ausgerichtet ist, sondern auch Kompetenzen im Bereich Raumvorstellung, Mustererkennung und Strukturierungsfähigkeit sowie den Umgang mit Größen einschließt.

Neben den Befunden zur Zahlbegriffsentwicklung, die die Bedeutung von Mengen- und Zahlenkompetenzen für das schulische Mathematiklernen unterstreichen, liefert die SCHOLASTIK-Studie Erkenntnisse zu den Bedingungen individueller Entwicklungsverläufe während der Grundschulzeit. Die Ergebnisse wurden 1997 in einem von Weinert und Helmke herausgegebenen Band „Entwicklung im Grundschulalter“ zusammenfassend berichtet. Ein zentraler Befund dieser Studie ist, dass Kinder, die die Grundschulzeit mit schwachen Leistungen beginnen, diese Position meist bis zum Ende der Grundschule beibehalten. Ein Aufholen der Schwächeren im Sinne von kompensatorischen Effekten des Grundschulunterrichts findet offenbar nicht statt (ebd.). Ein weiterer Befund mit starken Implikationen für die frühe mathematische Bildung ist, dass fachspezifisches Vorwissen für den Schulerfolg offenbar bedeutsamer ist als allgemeine kognitive Faktoren wie Intelligenz: „Eine hohe Intelligenzleistung kann offensichtlich nur in geringem Maß Defizite in der Lerngeschichte kompensieren“ (Stern 1997, 160). Hinzu kommen Befunde zur Vorhersage und Früherkennung von Rechenschwierigkeiten. Die Bedeutung der Entwicklung mathematischer Vorläuferfähigkeiten vor Schulbeginn für das schulische Mathematiklernen wird dabei eindrucksvoll belegt. In einer Längsschnittstudie im

Kontext der Früherkennung von Rechenstörungen, in der die mathematische Entwicklung von Kindergartenkindern ein halbes Jahr vor Schuleintritt bis zum Ende des vierten Schuljahres untersucht wurde, konnte Krajewski (2005) einen hohen Zusammenhang zwischen mengen- und zahlenbezogenem Vorwissen und den Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit zeigen. Ein erheblicher Teil der Mathematikleistung am Ende des zweiten sowie auch des vierten Schuljahres lässt sich demnach durch die Kenntnis von und das Wissen über Zahlen sowie Zählfertigkeiten und frühe Rechenfertigkeiten bereits im letzten Kindergartenjahr vorhersagen. Auch die Ergebnisse einer finnischen Längsschnittstudie (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004) belegen, dass sich die Probleme schulischeschwacher Rechner bereits vor Einschulung in schwachen Mengen-Zahlen-Kompetenzen zeigen. Zudem indizieren die finnischen Befunde einen Kumulationseffekt dieser Defizite im Vorschulalter. So zeigte sich, dass Kinder, die zu Beginn des letzten Kindergartenjahres nur über ein schwaches mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen verfügten, eine deutlich langsamere mathematische Entwicklung vollzogen als Kinder mit besseren Mengen-Zahlen-Kompetenzen. Um hier einen Ausgleich zu schaffen und möglichst allen Kindern solide Grundlagen für den Schulbeginn im Fach Mathematik zu ermöglichen, ergibt sich unmittelbar die Notwendigkeit einer frühen Intervention im Sinne spezieller Förderangebote für Kinder, die zu Beginn des letzten Kindergartenjahres schwache Kompetenzen in Bezug auf Zahlen und Mengen zeigen, zumal internationale Studien belegen, dass frühe Interventionen diesbezüglich positive Effekte zeigen (vgl. u.a. Dowker 2004, Kaufmann 2003). In der Praxis bestehen jedoch vielfach Probleme bezüglich der Identifizierung der Kinder mit besonderem Unterstützungsbedarf beim frühen Mathematiklernen – sowohl was die Logistik im Sinne eines frühen Screenings als auch was die Auswahl und den Einsatz geeigneter diagnostischer Instrumente betrifft. Was bislang noch fehlt sind empirisch validierte und praxistaugliche Screeningverfahren für die Hand von Erzieherinnen und Erziehern.

Weitgehend unerforscht sind bislang weiterhin noch die Bedeutung und Einflussmöglichkeiten der Eltern für bzw. auf das frühe mathematische Lernen ihrer Kinder. Befunde im Kontext von PISA zeigen, dass in Deutschland Merkmale der sozialen Herkunft sehr stark mit der mathematischen Kompetenz der Schülerinnen und Schüler zusammenhängen (Ehmke & Siegle 2008). Vorreiter für Bemühungen um die Einbeziehung der Eltern in das (vor-)schulische Mathematiklernen ist das US-amerikanische Programm „Family Math“ (Stenmark, Thompson & Cossey 1986), das in Berkeley entwickelt wurde und in den 1980er und 1990er Jahren

großflächig in den meisten US-Bundesstaaten sowie zahlreichen weiteren Industriestaaten durchgeführt wurde. Es zielte darauf Eltern zu zeigen, wie sie mit Hilfe mathematischer Spiele, Bilderbücher und der Thematisierung von mathematischen Situationen im Alltag (Einkaufen, Kochen etc.) das mathematische Denken, mathematische Fertigkeiten sowie eine positive Einstellung zum Fach bei ihren Kindern unterstützen können. Allerdings sind die Effekte des Programms nicht entsprechend wissenschaftlich evaluiert worden. Gerade in Bezug auf das vorschulische Mathematiklernen im Familiensetting kommen offenbar erhebliche soziale und kulturell bedingte Unterschiede zum Tragen, die es weiter zu erforschen gilt, wenn entsprechende Aktivitäten zur Einbeziehung von Eltern effektiv greifen sollen (Brandt, Vogel & Krummheuer 2012). Doch es fehlen weitere Untersuchungen zum Einfluss des Elternhauses und zum elterlichen Unterstützungspotential bei der Entwicklung von mathematischen Vorläuferfähigkeiten und damit auf die späteren Schulleistungen im Fach Mathematik.

3. Elementarpädagogische Perspektive

Fachlich orientierte Konzepte zur frühen mathematischen Bildung wie zum Beispiel „Das kleine Zahlenbuch“ (Wittmann & Müller 2002) oder „Kleine Welt der Zahl“ (Rinkens & Baier 2011) erschließen sich aus mathematikdidaktischer Perspektive relativ schnell und sind eng an weit verbreitete Schulbuchwerke für die Grundschule gebunden. Allerdings scheinen sie in der Kindergartenpraxis längst nicht so verbreitet wie die entsprechenden Schulbuchwerke. Ein Grund hierfür mag darin liegen, dass die mathematikdidaktische Perspektive bislang kaum oder nur zu sehr geringen Teilen Bestandteil der Erzieherinnenausbildung ist. Das pädagogische Fachpersonal in Kindertagesstätten ist in seiner Arbeit viel stärker an der allgemeinen elementarpädagogischen Diskussion orientiert. Daher sollen an dieser Stelle abschließend aktuelle frühpädagogische Konzepte gegenübergestellt und hinsichtlich ihres Potentials für das frühe mathematische Lernen diskutiert werden.

Sventje Bonn (2010) unterscheidet mit Blick auf die frühe naturwissenschaftliche Bildung drei Entwürfe frühkindlicher Bildung: Bildung als Ko-Konstruktion (Fthenakis 2009), Bildung als Aneignung von Welt (Laewen 2010) und Bildung als Selbstbildung (Schäfer 2005). Wie die folgenden Ausführungen zeigen, offenbart sich sehr schnell, dass den Entwürfen ein unterschiedliches Bildungsverständnis zugrunde liegt. Bildung als Ko-Konstruktion ergibt sich nach Fthenakis (2009) in der Interaktion von Kindern und Erwachsenen, wobei die Erwachsenen bewusst die Bildungsprozesse der Kinder mit dem Ziel der gesellschaftlichen Teilhabe gestalten.

Konkretisiert wird das Bildungskonzept in der Publikationsreihe „Natur-Wissen schaffen“, die auch einen Band zur mathematischen Bildung einschließt (Fthenakis, Schmitt, Daut, Eitel & Wendell 2009). Basierend auf einem breiten Mathematikbild, das über Arbeit mit Mengen und Zahlen hinausgeht, werden konkrete mathematische Bildungsziele genannt. Dabei ist das ko-konstruktive Prinzip „eine durchgängige Leitidee der mathematischen Bildung: Ziel ist es, mit Kindern gemeinsam im Dialog mathematisches Verständnis zu entwickeln (und nicht das „Einüben“ der „richtigen“ mathematischen Regeln und Konventionen)“ (ebd. 23). Auch wenn das Kind ko-konstruktiven Bildungskonzept sein mathematisches Lernen aktiv mitkonstruiert, sind es doch in erster Linie die Erwachsenen, die die kindlichen Bildungsprozesse gestalten.

Laewen (2010) hingegen weist darauf hin, dass Kinder ihr Bild von der Welt nicht nur in Interaktion mit Erwachsenen konstruieren. Bildung ist in seinem Verständnis die „Aneignung von Welt“ als Selbsttätigkeit des Kindes. „Wegen der Vergleichbarkeit ihrer Situation können wir davon ausgehen, dass Kinder ihre Themen untereinander leichter erkennen und bearbeiten können, als dies in Interaktionen mit Erwachsenen der Fall ist. Wir müssen aber auch davon ausgehen, dass einige wichtige Themen nur unter Kindern angemessen bearbeitet werden können“ (S. 63). Für Laewen ist Bildung die eigentliche Tätigkeit des Kindes, in der es sich seine Welt erschließt und konstruiert. Deshalb bezeichnet er Kinder entsprechend als „Forscher, Künstler, Konstrukteure“. Wie Laewen lehnt auch Schäfer (2005) – aus fachlicher Perspektive durchaus sinnvolle – kompetenzorientierte Bildungskonzepte ab. Aus seiner Sicht vergibt die Gesellschaft mit derartigen Bildungskonzepten die Chance, von der ganz eigenen Kreativität der Kinder, die möglicherweise ganz neue Fragen aufwerfen und Antworten finden, profitieren zu können. Nach Schäfer reicht es nicht „die Kinder lediglich mit Antworten auf Fragen, die wir bereits kennen, zu füttern, um sie „kompetent“ für die Zukunft zu machen“ (S. 69). Frühkindliche Bildung ist nach seinem Verständnis „in erster Linie Selbstbildung im sozialen Kontext“ (S. 63) und erfolgt aufgrund von individuellen Sinnfindungen jenseits des Könnens. Schäfer sieht in kleinen Kindern „Allroundforscher par excellence“ und stilisiert somit nach Bonn (2010) das sich selbst bildende Kind zum besseren Forscher. Dies kritisiert Grell (2010). Er hat grundsätzlich zwar keinen Zweifel an den Selbstbildungspotenzialen von Kindern, verweist jedoch darauf, dass nicht alle Kinder über die gleichen Potenziale verfügen: „Es besteht zu befürchten, dass moderne Selbstbildungskonzepte [...] gerade *die* Kinder erheblich benachteiligen könnten,

die am meisten auf Unterstützung, gezielte Anregungen und aktive Hilfen angewiesen sind.“ (S. 164)

Das Recht auf eine angemessene frühe (mathematische) Bildung gilt hingegen für alle Kinder. Daher soll abschließend mit der *Reggio Pädagogik* ein frühpädagogischer Ansatz skizziert werden, der das Potenzial hat, die mathematische Bildung junger Kinder im Schnittfeld von fachlichen und elementarpädagogischen Maximen zu realisieren. Die sog. Reggio Pädagogik wurde in der norditalienischen Stadt Reggio Emilia entwickelt und hat international wie auch in Deutschland die Theorie und Praxis der frühkindlichen Bildung erheblich beeinflusst. Einen Grund dafür sieht Lingenauber (2009) darin, dass Unterschiede in den Bildungsbiographien in den kommunalen Kindertageseinrichtungen Reggio Emilias nicht zu Bildungsbenachteiligungen führen: „Vielmehr steht Bildungsgerechtigkeit für jedes Kind im Zentrum dieser Pädagogik. Kinder mit Lernschwierigkeiten sind Kinder mit besonderen Rechten. Es geht im frühkindlichen Bildungssystem R.E. also darum, die bestmöglichen Lernstrategien und die jeweils bevorzugte Sprache eines Kindes zu finden. [...] Die pädagogische Haltung beruht auf einer sozialkonstruktivistischen Perspektive, in der Unterschiede keine Hierarchien begründen.“ (S. 9) Dies wird durch die umfassende Partizipation von Kindern, Erziehern und Eltern angestrebt und vielfach auch erreicht, wie die umfangreiche Dokumentation dieses Ansatzes nahelegt (vgl. Reggio Children 2002). Die Reggio Pädagogik liegt genau im Schnittfeld von Konstruktion und Instruktion im Sinne einer einfühlsamen individuellen Begleitung und liegt somit in dem oben beschriebenen Spannungsfeld. Zugleich liegt ihr ein Ansatz zugrunde, der auch kompatibel ist zu modernen mathematikdidaktischen Ansätzen, die i.W. ebenfalls von einem sozialkonstruktivistischen Verständnis von Lernen ausgehen und aktivitäts- und kommunikationsorientierte Ansätze der reinen Belehrung gegenüber den Vorrang geben. Ein Schwerpunkt der Reggio Pädagogik liegt auf dem sozialen Austausch zwischen Kindern einerseits und zwischen Kindern und den sie begleitenden Erwachsenen andererseits. Im Zentrum steht das kompetente Kind im Sozialaggregat mit kompetenten Erzieher(innen) und kompetenten Eltern. Wirkungszusammenhänge der drei Kompetenzen und die Beiträge der Kinder, Eltern und Erzieher(innen) zu diesem konstitutiven Sozialaggregat bezogen auf das frühe Mathematiklernen sind Gegenstand eines Beitrags, der zur Zeit in Vorbereitung ist.

Literatur

Die Liste mit der im Text angeführten Literatur kann bei der Autorin per Email angefordert werden: andrea.peter-koop@uni-bielefeld.de