

Anika DREHER, Ludwigsburg

Vorstellungen von Lehramtsstudierenden zum Nutzen vielfältiger Darstellungen im Mathematikunterricht

Im Mathematikunterricht spielen vielfältige Darstellungen häufig eine zentrale Rolle für den Erkenntnisgewinn. Diese Untersuchung fokussiert daher auf Sichtweisen und Kompetenzen von Lehramtsstudierenden, die anhand selbstgewählter Beispiele erläutern, worin der Mehrwert vielfältiger mathematischer Darstellungen besteht. Die Antworten geben Aufschluss über wahrgenommene Gründe und die Kompetenz der Studierenden, diese übergreifenden Sichtweisen durch konkrete Beispiele zu stützen.

Theoretischer Hintergrund

Darstellungen spielen in der Mathematik eine besondere Rolle: Da mathematische Objekte nicht direkt zugänglich sind, bleibt sowohl Experten als auch Lernenden nichts anderes übrig als Repräsentationen bzw. Darstellungen für sie zu verwenden, um sich mit ihnen zu befassen (Duval, 2006). Die Begriffe „Darstellung“ und „Repräsentation“ werden hier synonym verwendet und seien verstanden als „etwas, das für etwas anderes steht“ (Goldin & Shteingold, 2001). Da eine einzelne Darstellung immer nur einen Teil der Eigenschaften des dahinterstehenden mathematischen Objekts direkt sichtbar machen kann, werden in der Regel mehrere Repräsentationen benötigt, die sich gegenseitig ergänzen, um ein möglichst vollständiges Bild zu erhalten und ein tragfähiges Verständnis zu entwickeln (Gagatsis & Shiakalli, 2004). Repräsentationen bieten also wichtige Zugänge zu mathematischen Objekten und sind dabei Werkzeuge für mathematisches Denken und Kommunizieren. Dieses Wesensmerkmal der Mathematik als Disziplin bringt eine Reihe möglicher Probleme für Lernende mit sich. Besonders das Wechseln von einer Darstellungsform in eine andere stellt häufig eine Verständnishürde dar. Gleichzeitig haben aber schon einige Studien gezeigt, dass die Fähigkeit, ein mathematisches Objekt hinter seinen unterschiedlichen Repräsentationen zu erkennen und flexibel mit ihnen umgehen zu können, ein Schlüssel für erfolgreiches mathematisches Denken und Problemlösen ist (z.B. Lesh, Post, & Behr, 1987; Gagatsis, & Shiakalli, 2004). Die konsequente Folgerung, dass das Fördern von Kompetenzen im Umgang mit vielfältigen Darstellungen eine zentrale Rolle im Mathematikunterricht einnehmen sollte, wird auch in den KMK-Bildungsstandards zum Ausdruck gebracht (KMK, 2003).

Vor diesem Hintergrund stellt sich die Frage, über welches Wissen und über welche Vorstellungen Lehrkräfte bezüglich dieser speziellen Rolle

von Repräsentationen in der Mathematik und im Mathematikunterricht verfügen. Um diesbezüglich erste Anhaltspunkte zu erhalten, wird in dieser Untersuchung der Frage nachgegangen, welche Gründe für den Einsatz vielfältiger Darstellungen von Lehramtsstudierenden wahrgenommen werden und wie gut es ihnen gelingt, ihre globalen Sichtweisen anhand konkreter Beispiele zu stützen.

Stichprobe und Methode

Es wurden Lösungen von Lehramtsstudierenden (hauptsächlich für die Grundschule und im Mittel im 2. Semester) im Rahmen einer Klausur zu einer Einführungsveranstaltung in einer Bottom-up-Analyse qualitativ untersucht, die sich auf die folgende Aufgabe bezogen:

„Erläutern Sie anhand von zwei Beispielen aus unterschiedlichen mathematischen Inhaltsbereichen, worin der Mehrwert des Nutzens vielfältiger Darstellungen besteht. Geben Sie dabei mindestens zwei jeweils deutlich voneinander verschiedene Darstellungen des gleichen Begriffs oder Sachverhalts an.“

Es ist zu beachten, dass in der vorangegangenen Vorlesung das Nutzen vielfältiger Darstellungen als inhaltsübergreifende Idee thematisiert worden war, weshalb davon auszugehen ist, dass bereits eine gewisse Auseinandersetzung mit der Thematik stattgefunden hat und der Wissensaufbau der Studierenden u.a. durch die in der Vorlesung und im Skript gegebenen Gründe für das Nutzen vielfältiger Darstellungen im Mathematikunterricht beeinflusst worden ist. Insofern zeigen die Befunde eine Momentaufnahme im voranschreitenden Prozess des Aufbaus professionellen Wissens.

Ausgewählte Ergebnisse

Entsprechend der Forschungsfrage wurde zunächst analysiert, welche Gründe für das Nutzen vielfältiger Darstellungen im Mathematikunterricht von den Studierenden genannt wurden. Anschließend wurde jeweils untersucht, ob die selbstgewählten Beispiele diese Gründe widerspiegeln und ob die Verknüpfung der Gründe mit der Beispielebene geleistet wurde. Hinsichtlich der Frage nach den Gründen, die genannt wurden, lässt sich beobachten, dass sich die überwiegende Mehrheit der Studierenden darauf beschränkt hat, die im Vorlesungsskript genannten Gründe für das Nutzen vielfältiger Darstellungen im Mathematikunterricht zumindest teilweise wiederzugeben. Vor dem Hintergrund der Forschungsfrage ist es jedoch besonders interessant, diejenigen Gründe in den Blick zu nehmen, die nicht in der Vorlesung thematisiert wurden. Unter diesen Gründen waren auffallend häufig Argumentationen zu finden, die auf das Potenzial vielfältiger Darstellungen abzielten, individuelle Lerntypen bzw. Eingangskanäle zu berücksichtigen. Als typisch für diese Art von Argumentation kann die fol-

gende Aussage gesehen werden: „Man sollte möglichst vielfältige Darstellungen nutzen, damit jeder Schüler auf irgendeine Art und Weise den Inhalt versteht. Denn wie man weiß, lernen manche Schüler eher durch das Hören, andere wiederum durch das Sehen.“. In Einzelfällen wurden außerdem die Unterstützung des Einprägens mathematischer Sachverhalte bzw. ein weniger langweiliger Unterricht als Gründe angeführt.

Im Analyseprozess zur zweiten Forschungsfrage wurde besonders deutlich, dass es den Studierenden in den meisten Fällen nicht gelungen ist, ihre genannten Gründe für das Nutzen vielfältiger Darstellungen im Mathematikunterricht an einem selbstgewählten Beispiel zu verdeutlichen. Dies gilt sowohl für diejenigen Studierenden, die in der Vorlesung thematisierte Gründe wiedergegeben haben, als auch für jene, die individuelle Unterschiede der Lernenden als Begründung anführten. Für beide Fälle zeigt

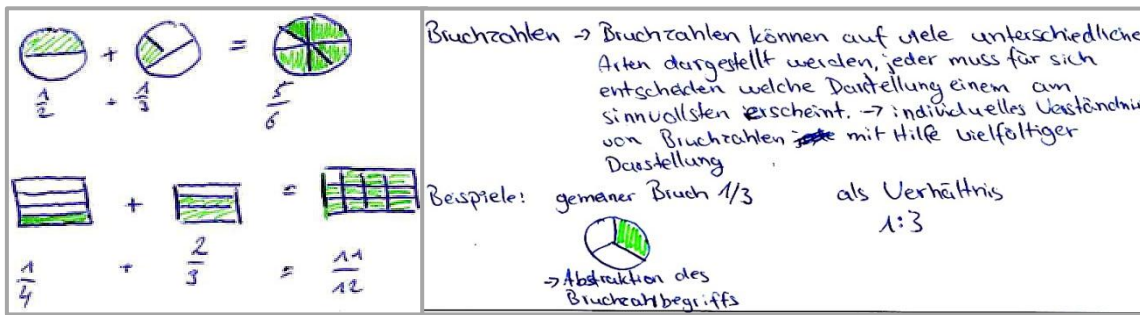


Abbildung 1: Lösungen von Studierenden

Abbildung 1 je ein Beispiel, das diese Beobachtung illustriert. Das Beispiel links wurde von einer Studentin angeführt, um den folgenden Mehrwert vielfältiger Darstellungen zu demonstrieren: „Man kann mathematische Probleme unterschiedlich präsentieren. Man erhält verschiedene Zugänge und kann so ein Problem eventuell besser lösen. Erkennt die Zusammenhänge besser. Man versteht die Aufgaben besser, wenn sie nicht nur formal, sondern auch bildlich dargestellt werden können.“. Insbesondere zum letztgenannten Aspekt steht das abgebildete Beispiel jedoch offenbar in einem Widerspruch. Die Antwort rechts in der Abbildung steht beispielhaft für den Fall, dass der Versuch den Mehrwert „Berücksichtigung individueller Unterschiede von Lernenden“ an einem konkreten Inhaltsbereich zu verdeutlichen scheitert, da dieser stattdessen vielmehr zeigt, dass eine einzelne individuell bevorzugte Repräsentation - losgelöst von den jeweils anderen - dem dahinterstehenden mathematischen Objekt nicht gerecht werden kann.

Weiterhin war zu beobachten, dass selbst in denjenigen Fällen, in denen es gelang, ein adäquates Beispiel zu geben, in der Regel die argumentative Verknüpfung der global gesehenen Gründe mit dem gewählten konkreten Beispiel fehlte.

Diskussion

In den untersuchten Antworten zeigt sich, dass es vielen Studierenden schwer fiel, anhand eines konkreten Beispiels den Mehrwert vielfältiger Darstellungen aufzuzeigen. Das heißt, der Übertrag vom allgemeinen Kontext, in dem diese Gründe in der Regel angesiedelt werden, auf einen konkreten Inhaltsbereich gelang meist nur unzureichend. Dies kann als Zeichen dafür gedeutet werden, dass es sich bei den angegebenen Gründen auf globaler Ebene - die häufig dem Vorlesungsskript entnommen waren - eher um ein oberflächliches Wissen handelt. Aufgrund der Tatsache, dass die analysierten Antworten in einer Prüfungssituation gegeben wurden, sollten diese Ergebnisse allerdings mit Vorsicht interpretiert werden. Hinsichtlich der von den Studierenden wahrgenommenen Gründe stellt sich die Frage, ob ohne die Beeinflussung durch die Vorlesung möglicherweise solche Gründe, die nicht spezifisch für die Mathematik sind, wie z.B. die Unterstützung des Einprägens, der abwechslungsreichere Unterricht oder die Berücksichtigung unterschiedlicher Lerntypen und Eingangskanäle, stärker im Vordergrund gestanden hätten. Erste Ergebnisse einer derzeit durchgeführten Studie mit angehenden und praktizierenden Lehrkräften bekräftigen diese Vermutung (Dreher, Kuntze & Lerman, eingereicht). Die Ergebnisse dieser Untersuchung werfen daher eine Reihe von Anschlussfragen auf, wie beispielsweise, wie Wissenskomponenten und Sichtweisen zu Gründen zusammenhängen und über welches Wissen und welche Vorstellungen zum Umgang mit vielfältigen Darstellungen praktizierende Lehrkräfte verfügen.

Literatur

- Dreher, A., Kuntze, S. & Lerman, S. (eingereicht). Pre-service teachers' views on using multiple representations in mathematics classrooms – an inter-cultural study. *PME*.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61, 103-131.
- Gagatsis, A., & Shiakalli, M. (2004). Translation ability from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology*, 24(5), 645-657.
- Goldin, G., & Shteingold, N. (2001). Systems of representation and the development of mathematical concepts. In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Eds.), *The role of representation in school mathematics* (pp. 1-23). Boston, Virginia: NCTM.
- Kultusministerkonferenz (KMK). (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. [<http://www.kmk.org/>].
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33–40). Hillsdale: L. Erlbaum.