

Heike HAHN, Erfurt, Stefanie JANOTT, Erfurt

„Wie bearbeiten Grundschüler Problemaufgaben? – Präsentation verschiedener Bearbeitungsweisen-“

Problemlösefähigkeiten bzw. heuristisches Arbeiten auch schon bei Grundschulern zu fördern, ist nicht erst seit der Veröffentlichung der Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich im Jahre 2004 (KMK 2005, S. 7) eine der zentralen Aufgaben des Mathematikunterrichtes. Vielmehr war und ist das Problemlösen schon immer ein zentrales Bildungsziel im Mathematikunterricht (Winter 1997); mit den Bildungsstandards wurde der Entwicklung dieser allgemeinen mathematischen Kompetenz nochmals Nachdruck verliehen. Die Entwicklung und Förderung von Problemlösefähigkeiten stellen also ein bedeutendes Charakteristikum eines kompetenzorientierten Unterrichts dar.

Um Grundschüler an heuristisches Arbeiten heranzuführen, braucht es ein geeignetes Unterrichtskonzept und entsprechend gestaltete problemhafte Aufgaben. In Anlehnung an bereits bestehende Arbeiten (u.a. von Bruder 2003, Rasch 2001) ist ein Unterrichtskonzept entwickelt worden, in dessen Rahmen sich Schüler aus dritten und vierten Klassen regelmäßig mit problemhaltigen Aufgaben auseinandergesetzt haben.

1. Unterrichtskonzept und Aufgabenformat

Das benannte Unterrichtskonzept gliedert sich in drei Unterrichtsphasen: In Phase 1 wird den Schülern innerhalb einer kurzen Geschichte ein Problem eröffnet. Notwendige Vorkenntnisse zur Lösung des Problems werden - wenn nötig - aktiviert. Es folgt eine zweite Phase, in der die Schüler in Einzelarbeit und unter Nutzung von Materialien das Problem individuell bearbeiten. Parallel zur Problembearbeitung werden sie von der Lehrperson dazu angehalten, nicht nur die von ihnen eventuell gefundene Problemlösung, sondern auch ihr Vorgehen zu verschriftlichen. Die dazu notwendige Reflexion des eigenen Vorgehens soll dabei zu einer verstärkten Bewusstheit über den abgelaufenen Problemlöseprozess führen. Dies wiederum fundiert den produktiven Austausch in der folgenden Phase und fördert langfristig die Entwicklung metakognitiver Fähigkeiten (Hasselhorn 1994). Während der abschließenden gemeinsamen Reflexion (dritte Phase) werden die verschiedenen Lösungswege miteinander verglichen, Vorgehensweisen - wenn möglich als Lösungsstrategien (heuristische Strategien) - identifiziert und somit allen Schülern zugänglich gemacht.

Die gestellten Aufgaben greifen geometrische Inhalte auf (z.B. Topologie, Symmetrie, Flächeninhalt, Umfang); sie sind so konzipiert, dass sie sich stets materialgestützt bearbeiten lassen. Die Probleme können dadurch auf die Ebene der Anschauung transferiert werden. Zudem gibt es strukturgleiche Aufgaben, so dass Schüler die Möglichkeit haben, die in einer vorangegangenen Reflexion kennen gelernten Vorgehensweisen anderer Schüler, an einem ähnlichen Problem selbst auszuprobieren.

2. Zur Erfassung von Bearbeitungsweisen

Dritte und vierte Klassen aus verschiedenen Thüringer Grundschulen haben im Schuljahr 2010/11 an einer Studie zur Erprobung der Aufgaben teilgenommen. Die rund 230 Schüler haben durchschnittlich 12 Problemaufgaben bearbeitet. Diese Problembearbeitungen liegen nun u.a. zur Auswertung vor.

Die eben benannten Problembearbeitungen umfassen in der Regel folgende Bestandteile: Eine vom Schüler sichtbar dargestellte Problembearbeitung, eine schriftliche Dokumentation seiner Überlegungen hinsichtlich seines Vorgehens, seiner Erkenntnisse und Entdeckungen sowie eine vorläufige oder endgültige Lösung des Problems. Aus diesen Komponenten lässt sich im Nachhinein der stattgefundenen Problembearbeitungsweg des Schülers weitgehend rekonstruieren. Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf die Problemaufgaben, bei denen geometrische Flächen bzgl. ihres Inhaltes verglichen wurden.

3. Überblick über die verschiedenen Bearbeitungsweisen

Die Herangehensweisen bzgl. eines Flächeninhaltsvergleichs lassen sich drei übergeordneten Formen zuordnen: Schüler nehmen direkte oder indirekte Flächeninhaltsvergleiche vor oder wählen die arithmetische Ebene, in dem sie den Flächeninhalt der Figuren berechneten.

Auffällig ist, dass die Problembearbeitungen der Schüler oftmals nicht einer Bearbeitungsweise folgten, sondern verschiedene Varianten ausprobiert wurden. Nicht alle Ideen wurden vollständig ausgeführt; einzelne Wege der Problembearbeitung wurden auch abgebrochen.

Die übergeordneten Herangehensweisen des direkten und indirekten Flächeninhaltsvergleiches lassen sich weiter spezifizieren. Unter den Bearbeitungen der Schüler fanden sich Vorgehensweisen, bei denen Schüler ...

- Flächen durch Übereinanderlegen vergleichen (direkt),
- vorgegebene Flächen zunächst verändern und dann vergleichen (direkt),

- Einheitsflächen einzeichnen und auszählen (indirekt),
- Flächen in verschiedene Einheiten/Flächen unterteilen und vergleichen (indirekt),
- Flächen auf Einheitsflächen (z.B. gerastertes Papier) übertragen (indirekt) oder
- einen funktionalen Zusammenhang zwischen Fläche und Zeit herstellen (indirekt).

4. Zusammenfassung

Auch wenn die schulischen Vorerfahrungen der Dritt- und Viertklässler zum Zeitpunkt der Aufgabenbearbeitung unterschiedlich waren, ist an den Problembearbeitungen zu erkennen, in welchen Klassen Flächen bspw. mit selbstgewählten Maßeinheiten oder gängigen Einheitsmaßen zum Vergleich eingeteilt oder ausgelegt worden sind. In diesem Fall konnten die Schüler von ihren Erfahrungen profitieren. Und obwohl das Berechnen von Flächeninhalten kein lehrplanrelevanter Inhalt ist, haben einige Schüler einen arithmetischen Zugang zur Problembearbeitung gewählt.

Am häufigsten traten Herangehensweisen zum indirekten Vergleichen von Flächen auf, vor allem dann, wenn Schüler bereits schulische Erfahrungen im Vergleichen von Flächen mit Einheitsflächen gemacht hatten. Daran wird deutlich, dass Bearbeitungsweisen von Vorwissen und Vorerfahrungen abhängig sind.

Direkte Vergleiche traten deutlich weniger häufig als indirekte auf; dieses Vorgehen führte die Schüler aber vermehrt zu richtigen Ergebnissen.

Im Allgemeinen ist zu beachten, dass die Generierung einer potenziell ziel führenden Bearbeitungsweise durch die Schüler, nicht gleichzeitig eine vollständig richtige Problembearbeitung nach sich zog. Vor allem unzureichende Basalfähigkeiten, wie bspw. exaktes Schneiden oder genaues Zeichnen, mangelnde Fertigkeiten im Umgang mit Zeichengeräten oder Ungenauigkeiten im Übertragen bzw. Unterteilen von Flächen führten die Schüler häufig zu verfälschten Werten und in deren Folge zu falschen Problemlösungen.

Für das Lernen von Bearbeitungsweisen ist bedeutend, dass im Fokus der gemeinsamen Reflexionen (Phase 3) die verschiedenen Wege und Vorgehensweisen stehen.

Im Sinne der übergeordneten Anlage des Gesamtkonzeptes – bei der es vor allem um die Untersuchung der Frage: „Kann durch eine regelmäßige Be-

reitestellung von Problemaufgaben heuristisches Arbeiten entwickelt werden?“ geht, kann unter Betrachtung des bisher erfassten Anteils der Projektdaten konstatiert werden, dass Schüler Proberstrategien im Sinne der „Versuch-Irrtum“ Strategie anwenden. Der probierende Ansatz überwiegt (siehe u.a. Käpnick 1998, Fuchs 2006, Bardy 2007). Die Anwendung weiterer heuristischer Strategien, wie bspw. die des Nutzens von Analogien oder Mustern oder das Rückwärtsarbeiten, ist vereinzelt in den Problembearbeitungen erkennbar.

Literatur

- Bardy, Peter (2007): Mathematisch begabte Grundschul Kinder. Diagnostik und Förderung. München: Elsevier GmbH
- Bruder, Regina (2003): Methoden und Techniken des Problemlösenlernens. Darmstadt Material im Rahmen des BLK-Programms "Sinus" zur "Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts". Kiel: IPN.
- Fuchs, Mandy (2006): Vorgehensweisen mathematisch potentiell begabter Dritt- und Viertklässler beim Problemlösen. Empirische Untersuchung zur Typisierung spezifischer Problembearbeitungsstile. Berlin: Lit Verlag
- Hahn, Heike & Janott, Stefanie (2010): Heuristische Strategien durch geometrische Aufgaben fördern. Tagungsband GDM
- Hahn, Heike & Janott, Stefanie (2011): Entwicklung der Problemlösefähigkeit - Heuristische Strategien durch geometrische Aufgaben fördern. Tagungsband GDM
- Hasselhorn, Marcus (1994): Zur Erfassung von Metagedächtnisaspekten bei Grundschulkindern. In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 1994, Band XXIV, Heft 1, S. 71-78
- Käpnick, Friedhelm (1998): Mathematisch begabte Kinder: Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekt für das Grundschulalter. Frankfurt a. M.: Verlag Peter Lang
- KMK (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich - Beschluss vom 15.10.2004. München, Neuwied: Luchterhand
- Rasch, Renate (2001): Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Hildesheim: Franzbecker
- Winter, Heinrich (1997): Mathematik als Schule der Anschauung oder: Allgemeinbildung im Mathematikunterricht des Gymnasiums. Bielefeld: IDM Paper 163, S. 27 – 68