

Andreas BAUER, Universität Würzburg

Argumentieren mit multiplen und dynamischen Darstellungen

Wird über mathematische Objekte gesprochen, so entziehen sich diese als abstrakte, nicht-stoffliche Objekte dem direkten Zugriff menschlicher Wahrnehmung. Ein Zugang zu diesen Objekten ist nur über Repräsentationen möglich, also sichtbare Informationsdarbietungen, welche bestimmte Eigenschaften eines mathematischen Objektes abbilden (vgl. Duval 2006). Diese bezeichnet man in Abgrenzung zu den mentalen, subjektiven Modellen mathematischer Objekte als *externe* Repräsentationen.

Der Computer hat als relativ neues Medium die Bandbreite externer Repräsentationen erheblich erweitert, insbesondere durch die Einführung dynamischer und dynamisch verbundener multipler Darstellungen (vgl. Abbildung 1). Multiple, externe Repräsentationen (MER) waren bereits Gegenstand von Studien. Diese haben jedoch nicht nur positive Effekte nachweisen können (vgl. Acevedo Nistal et al 2009).

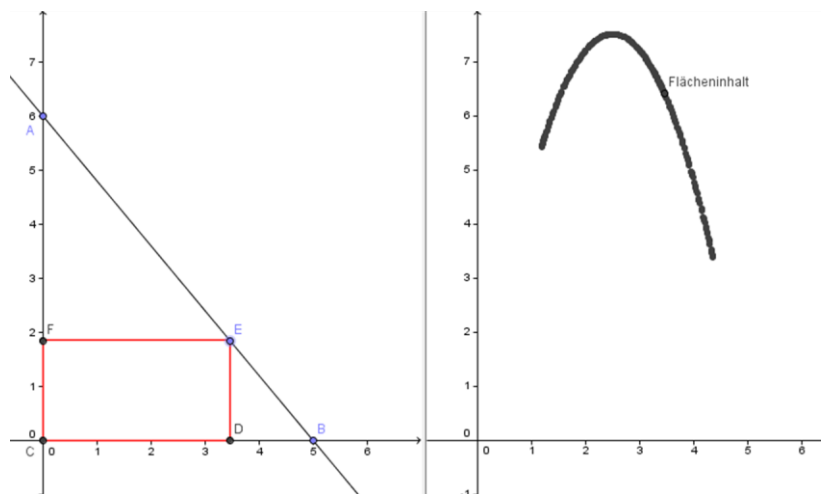


Abbildung 1: Beispiel einer multiplen, dynamischen Repräsentation

Vor allem die Verbindung von und das Umschalten zwischen den einzelnen Darstellungen bereiten Lernenden wegen des notwendigen Wissens über Repräsentationen Schwierigkeiten, sodass diese die Vorteile multipler Repräsentationen nicht immer nutzen können (vgl. Ainsworth 2006).

Die dynamische Verbindung dieser Repräsentationen mit Hilfe des Rechners verspricht jedoch eine Vereinfachung des Verständnisses durch eine automatische Übersetzung zwischen den Teilrepräsentationen der MER im Sinne des „*computational offloading*“ (vgl. Scaife & Rogers 1996): Werden einzelne Eigenschaften – beispielsweise die Lage des Punktes E auf der

Gerade in Abbildung 1 – eines mathematischen Objektes variiert, so verändern sich dessen Repräsentationen analog zueinander und zum zugrundeliegenden Objekt. Dadurch wird die Struktur des abgebildeten Objektes sichtbar, weshalb die dynamische Verbindung multipler Repräsentationen im Prozess der Verknüpfung von Repräsentationen möglicherweise eine Schlüsselrolle spielt.

Repräsentationen am Computer lassen sich anhand zweier Merkmale klassifizieren: durch vorhandene Dynamik und/oder Multiplizität der Darstellung. Dabei wird eine Repräsentation als dynamisch bezeichnet, wenn sich die dargestellten Eigenschaften des mathematischen Objektes über die Zeit verändern. Multiple Darstellungen sind solche, in denen mehrere Einzelrepräsentationen eines mathematischen Objektes dargestellt werden, wobei die einzelnen Repräsentationen jeweils unterschiedliche Eigenschaften des Objektes darstellen. Diese beiden Merkmale können zudem gemeinsam auftreten, sodass sich eine multiple, dynamische Darstellung ergibt.

Aus dieser Art der Unterscheidung ergeben sich vier Kategorien, in welche externe Repräsentationen eingeordnet werden können:

<p>IER</p> <p>Isolierte, statische ext. Rep.</p> <p><i>Bsp.: Gleichung, Abbildung oder Wertetabelle</i></p>	<p>IDER</p> <p>Isolierte, dynamische ext. Rep.</p> <p><i>Bsp.: Konstruktion aus der dynamischen Geometrie</i></p>
<p>MER</p> <p>Multiple, statische ext. Rep.</p> <p><i>Bsp.: Funktion als Gleichung, Graph und Wertetabelle</i></p>	<p>MDER</p> <p>Multiple, dynamische ext. Rep.</p> <p><i>Bsp.: Wie MER, die Funktionsparameter werden mit Schiebereglern variiert</i></p>

Tabelle 1: Kategorien von Repräsentationen

Zur Voruntersuchung

In der Voruntersuchung wurden insgesamt 80 Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufe 10 und 11 drei zufällig ausgewählte Aufgaben in jeweils einer Repräsentationsvariante – IER, IDER, MER oder MDER – am Computer vorgelegt. Die Bearbeitung erfolgte nicht am Computer, sondern auf dem Blatt, um das benötigte technische Vorwissen möglichst gering zu halten. Bei der Untersuchung wird von der Grundannahme ausgegangen, dass, wenn Lernende dynamische bzw. multiple Argumente vorbringen, dies auf dynamische bzw. multiple interne Repräsentationen hinweist.

Bei einem x muss man den Graphen sowohl nach oben bzw. unten verschieben bis noch ein Ast des Graphen die x -Achse schneidet

Bei 2 analog verschieben bis es so aussieht:



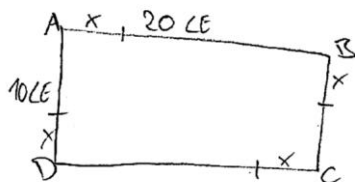



Abbildung 2: Ein dynamisches Argument

Als dynamische Argumente werden solche Schüleräußerungen bezeichnet, welche Schlüsselworte oder -formulierungen enthalten, die auf eine dynamische Schülervorstellung schließen lassen, zum Beispiel „verschiebt sich der Punkt E“, „variiert man die Größe“ oder „bewegt sich der Graph“ (siehe Abbildung 2).

Entsprechend erfolgt die Klassifizierung eines Arguments als multiples Argument, wenn sich die angebotene Argumentation über mehrere Einzelrepräsentationen erstreckt oder ein Repräsentationswechsel durchgeführt wurde (siehe Abbildung 3).



Der Flächeninhalt wird für $x \in [7LE; 8LE]$ minimal, da dort der Umkehrpunkt (tiefster Punkt) der Parabel ist.

Abbildung 3: Ein multiples Argument

Kombiniert man die Kategorien von Repräsentationen mit denen der Argumente, so ergibt sich ein zweidimensionales Antwortschema (Abbildung 4). Durch die in der Aufgabenstellung gegebene Repräsentationsform und die Klassifizierung des schriftlich vorgebrachten Arguments anhand des Auftretens von dynamischen oder multiplen Argumenten lässt sich jede Antwort ins Schema einordnen. Dadurch lässt sich ein möglicher Zusammenhang zwischen angebotenen Repräsentationen und der Art der Argumente beschreiben.

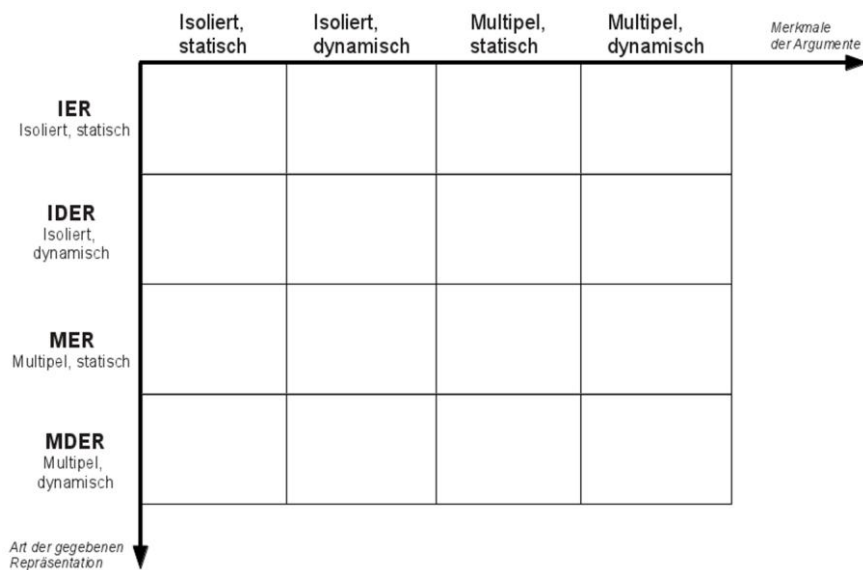


Abbildung 4: Antwortschema zur Klassifikation von Argumenten

Gibt es einen Zusammenhang...

- ... zwischen dynamischen externen Repräsentationen und dynamischen Argumenten?
- ... zwischen multiplen externen Repräsentationen und multiplen Argumenten?
- ... zwischen dynamischen Repräsentation und multiplen Argumenten?

Besonders die letzte Frage erscheint interessant, ließe sich so doch ein Hinweis auf die Beantwortung der Frage geben, ob die dynamische Verbindung multipler Repräsentationen tatsächlich eine Schlüsselrolle bei deren Verknüpfung spielt. Das Dissertationsprojekt, welches die obigen möglichen Zusammenhänge untersuchen soll, befindet sich derzeit in der Auswertungsphase der ersten Voruntersuchung.

Literatur

- Acevedo Nistal, Ana; Dooren, W.; Clarebout, G.; Elen, J.; Verschaffel, L. (2009): Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: a critical review. In: *ZDM Mathematics Education* 41 (5), S. 627–636
- Ainsworth, Shaaron (2006): DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. In: *Learning and Instruction* 16, S. 183–198
- Duval, Raymond (2006): A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. In: *Educ Stud Math* 61 (1-2), S. 103–131.
- Scaife, M.; Rogers, Y. (1996): External cognition: how do graphical representations work? In: *International Journal of Human-Computer Studies* 45, S. 185–213.