

Luzia ZÖTTL & Kristina REISS, München

Lösungsbeispiele zum Einstieg in das Modellieren – Erste Ergebnisse aus KOMMA

Kernpunkt des Projekts KOMMA¹ ist die Gestaltung und Evaluation einer computergestützten Lernumgebung für die Sekundarstufe I, die Lerngelegenheiten zum Erwerb *allgemeiner mathematischer Kompetenzen* im Sinne der Bildungsstandards (KMK 2003) bietet. Die Evaluation der Lernumgebung erfolgte unter anderem im Bereich Geometrie in der 8. Jahrgangsstufe (Reiss, Pekrun, Kuntze, Lindmeier, Nett, & Zöttl, 2007). Hierbei lag der Schwerpunkt auf der Förderung von Modellierungskompetenz.

Modellierungskompetenz

Als Modellierungskompetenz werden hier solche kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten bezeichnet, die notwendig sind, um Modellierungsprozesse zielgerichtet und angemessen durchführen zu können. Eine genauere Betrachtung solcher Modellierungsprozesse (etwa im Sinne des Modellierungskreislaufs von Blum und Leiss, 2005) führt zur Identifikation von so genannten Sub-Kompetenzen, die für erfolgreiches Modellieren notwendig sind.

Damit hängt individuelle Modellierungskompetenz beziehungsweise deren Ausprägungsgrad maßgeblich davon ab, ob und gegebenenfalls über welche Sub-Kompetenzen eine Person verfügt. Neben der Aktivierbarkeit entsprechender Sub-Kompetenzen spielt jedoch auch deren Koordination und damit Meta-Wissen über den Modellierungsprozess eine wesentliche Rolle. Diesem weiteren Aspekt wird in einem Kompetenzmodell von Niss und Jensen (Jensen 2007, S. 143–144) Rechnung getragen. So bestimmen ihrer Meinung nach der *degree of coverage*, der *radius of action* und das *technical level* einer Person, wie kompetent diese in Bezug auf Modellieren einzustufen ist. Dabei zeigt der *degree of coverage* an, welche Aspekte oder Sub-Kompetenzen eine Person beim Modellieren zu aktivieren vermag und inwieweit dies selbständig erfolgt. Der *radius of action* hingegen bezieht sich auf das Spektrum an Kontexten und Situationen, in denen erfolgreich modelliert werden kann. Dabei ist ein großer Aktionsradius dann gegeben, wenn Modellierungsprobleme mit unterschiedlichem situativem Kontext oder auch aus verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen bewältigt werden. Das *technical level* dagegen betrifft die mathematische Komplexität der Werkzeuge und Konzepte, die für eine Modellierung herangezogen werden können.

¹ Das Projekt wird vom Bundesministerium für Bildung und Forschung gefördert (Bew.-Nr. PLI3032).

Heuristische Lösungsbeispiele

Aufgrund der Tatsache, dass Schüler der 8. Jahrgangsstufe in der Regel vergleichsweise wenig Erfahrung mit der Bearbeitung vollständiger Modellierungsaufgaben, im Gegensatz zu lediglich eingekleideten Aufgaben, haben dürften, wurde die Lernumgebung auf die Bedürfnisse eines anfänglichen Fähigkeitserwerbs im Bereich Modellieren ausgerichtet. So sollten so genannte *heuristische Lösungsbeispiele* die Schüler an die für einen erfolgreichen Modellierungsprozess relevanten heuristischen Strategien heranzuführen.

Heuristische Lösungsbeispiele sind ausgearbeitete Lösungen die aus einer Problemstellung, der Abbildung eines Lösungsprozess sowie der Lösung selbst bestehen (Reiss & Renkl 2002). Hierbei wird nicht ein optimierter Lösungsweg präsentiert, sondern – häufig realisiert im Rahmen eines Dialogs zweier fiktiver Problemlöser – ein realistischer Bearbeitungsprozess dargestellt, der sowohl tentative als auch explorative Schritte einschließt (Hilbert, Renkl, Kessler, & Reiss, 2008). Zudem werden angelehnt an ein entsprechendes Prozessmodell relevante heuristische Strategien expliziert (Zöttl & Reiss, 2008).

Die im Bereich des Mathematischen Begründens und Beweisens entwickelte Methode hat sich dort bereits als erfolgreich erwiesen. Insbesondere zeigte sich, dass vor allem leistungsschwächere Schüler wesentlich vom Einsatz der Beispiele profitieren (Reiss, Heinze, Kuntze, Kessler, Rudolph-Albert, & Renkl, 2006).

Für die Untersuchungen im Projekt KOMMA stellt sich somit einerseits die Frage ob das Prinzip der heuristischen Lösungsbeispiele auch im Bereich des Modellierens erfolgreich eingesetzt werden kann. Zum anderen ist zu überprüfen, ob auch hier Schüler mit einer anfänglich geringer ausgeprägten Modellierungskompetenz stärker von der Arbeit mit der beispielbasierten Lernumgebung profitieren, als Schüler mit vorab besser ausgeprägter Modellierungskompetenz.


Erfassung der Modellierungskompetenz

Zur Überprüfung dieser Fragestellungen wurde ein spezifischer Modellierungstest entwickelt, der sich dadurch auszeichnet, dass er die im Kompetenzmodell von Niss und Jensen (2007) dargelegten Aspekte weitestgehend berücksichtigt. So wurden Items mit unterschiedlichen Kontexten integriert und darauf geachtet, dass zur Lösung der Aufgaben verschiedene mathematische Werkzeuge erforderlich sind und die Komplexität der technischen Anforderungen variiert. Dies wurde realisiert durch Aufgaben, die lediglich einen Rechenschritt oder entsprechend mehrere Schritte erfordern. Inhalt-

lich lassen sich die Aufgaben in die Umfangs- und Flächenmessung von Rechteck, Dreieck und Kreis einordnen. Auf die beschriebene Weise wurde den ersten beiden Aspekten (*radius of action* und *technical level*) Rechnung getragen.

Zudem wurden für den Test Items konstruiert, die ein unterschiedliches Maß an *degree of coverage* erfordern. Dies führt zu vier verschiedene Itemtypen, von denen drei jeweils nur das Durchlaufen eines spezifischen Teils des Modellierungsprozesses erfordern, wohingegen der vierte Itemtyp eine vollständige Modellierung erfordert. Eine exemplarische Aufgabenstellung für den Itemtyp 4 ist der folgenden Abbildung zu entnehmen (die Abbildung der Karte ist hier verkleinert dargestellt):

Portugal hat eine Landesfläche von 92 117,5 km².
Schätze aus der Karte ab, wie groß die Landesfläche von Spanien ist. Dein Vorgehen muss nachvollziehbar sein! (Du kannst in der Karte zeichnen, wenn Dir das hilft.)

The image shows a task box with text on the left and a map on the right. The text asks the user to estimate the area of Spain based on the area of Portugal (92,117.5 km²) and to show their work on the map. The map shows the outlines of Portugal and Spain, with labels 'Portugal' and 'Spanien' inside their respective shapes.

Untersuchung im Rahmen des Projekts KOMMA

Zur Beantwortung der Fragestellungen wird zunächst nur eine der vier untersuchten Treatmentgruppen und damit eine Teilstichprobe der KOMMA Studie herangezogen. Sie hat einen Umfang von 316 Schülerinnen und Schülern der 8. Jahrgangsstufe am Gymnasium. Diese Versuchspersonen arbeiteten mit einer computergestützten Version der Lernumgebung, bei der die Reihenfolge der zu bearbeitenden Beispiele vorgegeben war und die somit ein vergleichsweise geringes Maß an Selbstregulation erlaubte.

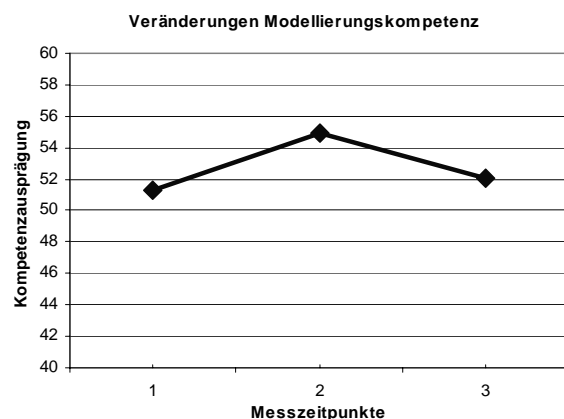
Das Treatment umfasste insgesamt fünf Unterrichtsstunden à 45 Minuten. Während der ersten Unterrichtsstunde erhielten die Lernenden zunächst eine Einführung in das Computerprogramm sowie in den Inhaltsbereich Kreisflächenmessung. Erst in den darauf folgenden weiteren vier Stunden arbeiteten sie mit den Lösungsbeispielen und mit so genannten Übungsaufgaben, die eine langsame Überführung zu eigenständigem Modellieren ermöglichen sollten.

Vor der Bearbeitung des Treatments wurde mit Hilfe des oben beschriebenen Testinstruments in einem Vortest zunächst die anfängliche Modellierungskompetenz der 316 Probanden erfasst. Ein Nachtest, im direkten An-

schluss an das Treatment, und ein Follow-Up-Test, ca. 4 Monate später, ermöglichen damit die Betrachtung des entstandenen Leistungszuwachses.

Erste Auswertungen weisen darauf hin, dass die lösungsbeispielbasierte Lernumgebung KOMMA zumindest kurzfristig zu einer Steigerung der Modellierungskompetenz führt und damit eine probate Methode zu deren Förderung darstellt. So zeigte eine ANOVA eine signifikante Leistungsveränderung zwischen den drei Messzeitpunkten. Aus der post-hoc Analyse wird deutlich, dass dies auf kurzfristige positive Effekte der Intervention zurückzuführen ist (siehe Abbildung unten links).

Ähnlich wie bereits in den Untersuchungen von Reiss et al. (2008) scheint die Arbeit mit den Lösungsbeispielen in der Lernumgebung auch im Bereich Modellieren für Schüler mit einer anfänglich schwächeren Modellierungsleistung deutlich geeigneter als für anfänglich stärkere Modellierer.



Literatur

- Blum, W. & Leiss, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *mathematik lehren*, 128, 18–21.
- Hilbert, T., Renkl, A., Kessler, S. & Reiss, K. (2008). Learning to prove in geometry: Learning from heuristic examples and how it can be supported. *Learning & Instruction*, 18, 54–65.
- Jensen, T. (2007). Assessing Mathematical Modelling Competencies. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (S. 141–148). Chichester: Horwood Publishing.
- Kultusministerkonferenz. (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss*. Bonn: KMK.
- Reiss, K., Heinze, A., Kuntze, S., Kessler, S., Rudolph-Albert, F. & Renkl, A. (2006). Mathematiklernen mit heuristischen Lösungsbeispielen. In M. Prenzel & L. Allolio-Näcke (Hrsg.), *Untersuchungen zur Bildungsqualität von Schule: Abschlussbericht des DFG-Schwerpunktprogramms* (S. 194–208). Münster: Waxmann.
- Reiss, K., Pekrun, R., Kuntze, S., Lindmeier, A., Nett, U. & Zöttl, L. (2007). KOMMA: Ein Projekt zur Entwicklung und Evaluation einer computergestützten Lernumgebung. *GDM-Mitteilungen*, 83, 16–17.
- Reiss, K. & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 34(1), 29–35.
- Zöttl, L. & Reiss, K. (2008). Modellierungskompetenz fördern mit heuristischen Lösungsbeispielen. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008*, 189–192.