

Daniela ABMUS, Lüneburg

## **Merkmale und Besonderheiten mathematisch potentiell begabter Grundschüler – aktuelle Forschungsergebnisse**

Da sich bisherige Forschungen zu Merkmalen und Besonderheiten mathematisch potentiell begabter Grundschüler hauptsächlich auf Kinder der dritten und vierten Grundschulklassen konzentrieren, liegen für jüngere Kinder zu diesem Thema kaum wissenschaftliche Erkenntnisse vor. Das hier vorgestellte Forschungsprojekt, in dem spezifische Merkmale mathematisch begabter Zweitklässler herausgearbeitet und in einer umfangreichen Untersuchung überprüft wurden, soll einen Beitrag zur Beseitigung dieses Defizits leisten.

### **Zum Studiendesign**

Ausgehend von bereits bestehenden Merkmalssystemen mathematischer Begabungen (zu nennen sind hier im Wesentlichen die Entwicklungen von Krutetskii (1976), Kießwetter (1985) und Käpnick (1998)) erfolgte eine theoriegeleitete Konzeption eines hypothetischen Merkmalssystems mathematischer Begabungen bei Zweitklässlern. Zur Überprüfung des Merkmalssystems wurden spezielle Indikatoraufgaben entwickelt, deren erfolgreiche Bearbeitung eine hohe Ausprägung der einzelnen Merkmale nahe legt. Nach Absicherung der Indikatoraufgaben in Vortests wurden die Aufgaben sowohl mit potentiell begabten als auch mit „normal“ begabten Zweitklässlern unter vergleichbaren Bedingungen durchgeführt. Probanden der Testgruppe waren 182 von Lehrkräften für die Teilnahme an einem außerschulischen Förderprojekt für mathematisch begabte Zweitklässler ausgewählte Kinder aus dem norddeutschen Raum, die Vergleichsgruppe (N=69) setzte sich aus den Kindern zweier städtischer sowie zweier ländlicher leistungsstarker Schulklassen zusammen.

### **Wichtige Ergebnisse**

Exemplarisch sollen hier eine Indikatoraufgabe, die zur Lösung hilfreichen Merkmalsbereiche, Ergebnisse und Folgerungen für das Merkmalssystem vorgestellt werden. Auf alle einzelnen Merkmale kann an dieser Stelle jedoch nicht eingegangen werden. Zum Abschluss wird das entwickelte und durch die Untersuchungen bestätigte Merkmalssystem aufgeführt. Anzumerken ist, dass Aufgaben zum räumlichen Vorstellungsvermögen aus Zeitgründen nicht in die Hauptuntersuchung aufgenommen werden konnten, sondern mit einer kleineren Stichprobe nachträglich durchgeführt wurden.

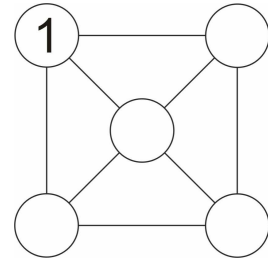
## Indikatoraufgabe 2: Tims Figur (hier leicht gekürzt)

2a) Unter Berücksichtigung der aufgeführten Tipps sind die Zahlen in die nebenstehende Figur einzutragen.

„**1. Tipp:** Bei zwei untereinander stehenden Zahlen ist die untere Zahl immer um 1 größer als die obere Zahl.“

**2. Tipp:** Bei zwei nebeneinander stehenden Zahlen ist die rechte Zahl immer um 4 größer als die linke Zahl.“

**3. Tipp:** Bei den Diagonalen ergeben die beiden Zahlen in den Ecken zusammengezählt immer die Zahl im mittleren Kreis.“



Folgende, für die Bearbeitung der Aufgabe hilfreiche Fähigkeitsbereiche sind zu nennen:

- Fähigkeit zum Erfassen der mathematischen Struktur eines Textes

Die mathematischen Inhalte des Textes müssen erfasst und verstanden werden. Hier beziehen sich die mathematischen Inhalte in erster Linie auf relationale Begriffe (unten/oben, rechts/links, größer) und auf Rechenanweisungen wie „zusammenzählen“. Der Begriff Diagonale wird erklärt.

- Fähigkeit zum Speichern mathematischer Sachverhalte im Arbeitsgedächtnis unter Nutzung erkannter mathematischer Strukturen

Denjenigen Kindern, die während der Informationsaufnahme (beim Hören des vorgelesenen Textes) bereits die Strukturen der Aufgabe erkennen, gelingt es leichter, sich die wesentlichen Inhalte der Aufgabenstellung zu merken. Sie sind so nicht darauf angewiesen, die Inhalte durch eigenständiges Lesen selbst zu erschließen. Eventuelle Leseschwierigkeiten lassen sich dadurch kompensieren.

- Fähigkeit zum Aufbau verschiedener interner Repräsentationen und zum Umgehen mit unterschiedlichen Repräsentationsformen

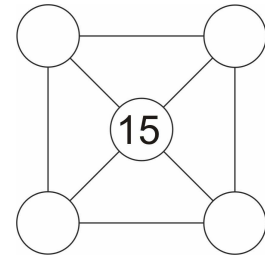
Werden die o. g. Strukturen (zusätzlich) internen Repräsentationen der graphischen Vorlage zugeordnet, können die drei Tipps unmittelbar angewendet werden. Ein weiteres Durchlesen wird lediglich zu Kontrollzwecken (richtige Richtung, richtige Zahl addiert) notwendig.

Die Auswertung der Schülerlösungen ergab, dass die Aufgabe den mathematisch potentiell begabten Zweitklässlern größtenteils leicht fiel, während sie den Kindern der Vergleichsgruppe häufig große Probleme bereitete. Es zeigte sich, dass die „normal“ begabten Kinder Schwierigkeiten hatten, die im Text gegebenen mathematischen Beziehungen zwischen den Zahlen der Figur zu erfassen und diese der graphischen Vorlage zuzuordnen. Demgegenüber lässt sich für die mathematisch potentiell begabten Kinder folgern, dass sie relationale Begriffe leichter mit internen Repräsentationen verbinden und diese in der Phase der Informationsaufnahme in Kombination mit

den zugehörigen Operationen als Struktur erfassen. Deutlich wurde dies vor allem während der Durchführung der Aufgaben, in der viele Testgruppenkinder unmittelbar nach dem Vorlesen der Tipps die Zahlen eintragen wollten, obwohl die Aufgabe noch nicht vollständig eingeführt worden war.

2b)

„In der folgenden Figur sollen dieselben Regeln wie in Tims Figur vorkommen. Allerdings wissen wir diesmal nur die Zahl im mittleren Kreis. Welche Zahlen müssen in den anderen Kreisen stehen? Trage sie richtig ein.“



Bei diesem Aufgabenteil sind zusätzlich zu den bei 2a) genannten Merkmalsbereichen folgende Fähigkeiten zur Bearbeitung hilfreich:

- Angemessenes Umgehen mit Komplexität (Fähigkeit zum gleichzeitigen Berücksichtigen mehrerer mathematischer Details)

Durch Vorgeben der Mittelzahl ist die eindeutige Bestimmung einer Nachbarzahl durch die Anwendung einer einzelnen Regel nicht möglich, sodass weder vorwärts gewandtes noch rückwärtiges Umsetzen der Regeln sicher zum Ergebnis führt. Im Lösungsprozess müssen die drei Tipps gleichzeitig betrachtet werden, und bei Korrekturen einzelner Zahlen sind jeweils die Auswirkungen auf die Erfüllung aller Tipps zu berücksichtigen.

- Fähigkeit zu reversiblen Denken

Je nach gewählter Vorgehensweise greifen hier verschiedene Aspekte von Reversibilität:

- Wird vorwärts ausprobiert, so beschränkt sich das reversible Denken zunächst auf die Einsicht, dass sich die in 2a) angewandte Vorgehensweise trotz umgekehrter Fragestellung auf 2b) übertragen lässt. Darüber hinaus ist es beim Erreichen einer falschen Zielzahl hilfreich, die Blickrichtung umzukehren, um Schlussfolgerungen für das Ändern der Startzahl ziehen zu können.
- Bei Orientierung an Tipp 3 wird zur Zerlegung der Zahl 15 in zwei Summanden zunächst rückwärts gearbeitet, woran anschließend die Tipps 1 und 2 vorwärts umgesetzt oder überprüft werden können. Wurden die Summanden falsch gewählt, müssen diese verändert und daraufhin wieder Tipp 1 und 2 überprüft werden. Reversibles Denken zeigt sich hier als flexibles Wechseln der Bearbeitungsrichtung.

Bei diesem Aufgabenteil ergab sich in beiden Versuchsgruppen eine geringere Erfolgsquote als bei Aufgabe 2a. Obwohl nicht alle mathematisch potentiell begabten Zweitklässler die zur Bearbeitung der Aufgabe hilfreichen

Fähigkeiten zeigten, lassen die hochsignifikanten Gruppenunterschiede dennoch den Schluss zu, dass mathematisch potentiell begabte Zweitklässler „normal“ begabten Zweitklässlern hinsichtlich der Fähigkeiten im Umkehren von Gedankengängen und im Berücksichtigen mehrerer mathematischer Details deutlich überlegen sind.

### **Merkmalssystem mathematischer Begabungen bei Zweitklässlern**

Neben begabungsstützenden allgemeinen Persönlichkeitseigenschaften werden folgende Merkmale zur Charakterisierung mathematischer Begabungen bei Zweitklässlern als wichtig angesehen:

- Fähigkeit zum Speichern mathematischer Sachverhalte im Arbeitsgedächtnis unter Nutzung erkannter mathematischer Strukturen
- Fähigkeit zum Erkennen/Konstruieren und Nutzen von mathematischen Strukturen
- Fähigkeiten zu flexiblen Denkprozessen, wie
  - Fähigkeit zum Aufbau verschiedener interner Repräsentationen und zum Umgehen mit unterschiedlichen Repräsentationsformen
  - Angemessenes Umgehen mit Komplexität (Fähigkeit zum gleichzeitigen Berücksichtigen aller notwendigen mathematischen Details)
  - Fähigkeit zum selbstständigen Transfer mathematischer Sachverhalte
  - Fähigkeit zur Reversibilität
- Mathematische Phantasie
- Mathematische Sensibilität
- Räumliches Vorstellungsvermögen (insbesondere Fähigkeit zur mentalen Rotation)

Die aufgeführten Merkmale wurden durch die Untersuchungen grundsätzlich bestätigt, sind aber nicht bei allen mathematisch potentiell begabten Zweitklässlern gleichermaßen gut ausgeprägt. Dies unterstützt zum einen die heute übliche Auffassungen der Existenz verschiedener Begabungsausprägungen, könnte jedoch zusätzlich auch auf große Unterschiede im Entwicklungsstand der einzelnen Kinder dieser Altersgruppe hindeuten.

### **Literatur**

- Käpnick, F. (1998): Mathematisch begabte Kinder. Frankfurt a. M.: Lang
- Kießwetter, K. (1985): Die Förderung von mathematisch besonders begabten und interessierten Schülern – ein bislang vernachlässigtes sonderpädagogisches Problem. In: MNU 38, H. 5, S. 300-306
- Krutetskii, V.A. (1976): The Psychology of Mathematical Abilities of Schoolchildren. Chicago: University of Chicago Press