Allan TARP, MATHeCADEMY.net

Mathematismus und kognitive Bomben

Viele Lehr-Lern-Probleme im Mathematikunterricht kommen daher, dass in der Schule statt Mathematik ‚Mathematismus' vermittelt wird. Das ist eine Art Mathematik, die nur im Rahmen von Schule wahr ist, z.B. 2+3=5. Außerhalb der Schule gilt 2m+3cm = 203cm, 2 Wochen+3 Tage = 17 Tage. 2*3=6 dagegen ist Mathematik, die auch außerhalb der Schule wahr ist.

Es ist problematisch, wenn zehn als eine kognitive Bombe direkt - ohne Tassenschreibweise - eingeführt wird. Zehn ist die einzige Zahl, die einen Namen, aber kein Ikon hat, und dann durch zirkulare Selbst-Referenz definiert wird: 23 = 2*10 + 3*1, aber 10 = 1*10 + 0*1. Auf diese Weise wird zehn gegen das Piaget-Prinzip ‚erst greifen - dann begreifen' gelernt. Tatsächlich kann man Mathematik allein mit einstelligen Zahlen einführen.

Mathematismus und die kognitive Bombe führen zu Leistungsabfall. In Dänemark kämen z.B. nur 50% durch nach klasse 9. Das Ministerium aber verrückt die Zeugnisse so, dass 95% durchkommen. Sozial Schwache soll man nicht verstecken, sondern studieren und verändern. Um verborgene ‚Aschenputtel-Differenzen' zu sehen, braucht es eine postmoderne Gegen-Forschung unter der Sophisten-Frage ‚Mathematik - Natur oder Wahl?'.

Um natürliche Mathematik von Vielheit zu abstrahieren, sind genau 2x2 Kompetenzen nötig - Zählen und Rechnen in Raum und Zeit. Indem man bündelt und stapelt, gelangt man zählend zu einem Totalwert T. Und dieser lässt sich voraussagen, indem man T = (T/b)*b ausrechnet. Auf solche Weise kommen Division und Multiplikation vor Addition und Subtraktion.

Von Repetition zu Vielheit und Ikonen

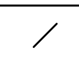
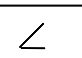
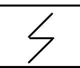
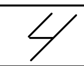
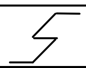
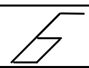
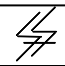
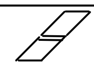
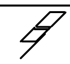
Zeitliche Repetition wird als Vielheit im Raum repräsentiert, indem man einen Finger an den Hals legt und für jeden Herzschlag einen Strich macht:

. . . . -> I I I I I I I I

Vielheit kann man in Bündel organisieren:

I I I I I I I I I -> II II II II I oder I I I I I I I I I -> III III III oder …

Mit Ikonen kann man verschiedene Formen von Vielheit repräsentieren. Wir sehen hier beispielsweise, dass es im Vierer-Ikon 4 Striche gibt usw.

I	II	III	IIII	IIIII	IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIIII
								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Vielheit wie Stapel zählen

In Vierern zählen: 4 wegnehmen. Diesen Vorgang ‚Von T 4 wegnehmen' kann man in der Form ‚T-4' aufschreiben und mit der Kurzformel ‚T davon 4' bezeichnen. Die weggenommenen 4 verschwinden nicht, sie sind nur zur Seite gelegt. Auf diese Weise ist die Totalität T in zwei Teile geteilt, deren einer Teil T-4 enthält, während der andere Teil gerade 4 enthält, so wie es durch die ‚Umstapel-Gleichung' T = (T-b)+b vorausgesagt wird:

IIIIIIIII -> IIIII IIII -> IIIII IIII
9 = (9-4) + 4 = 5 + 4

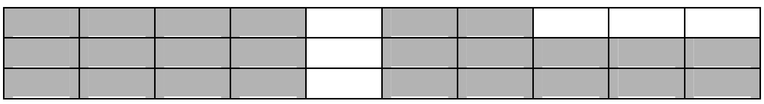
Der wiederholte Vorgang 'Von T 4r wegnehmen' kann in der Form 'T/4' aufgeschrieben und mit der Kurzformel 'T als 4r' bezeichnet werden. Hier wird durch die ‚Umzählungs-Gleichung' T = (T/b)*b das Resultat des Zählens von T in 4-Bündel vorausgesagt: T =(T/4)*4 =3*4+3*1 =3 ¾*4. T wird eine Stapel-Zahl genannt, und 4 ist ein Bündel-Zahl oder eine Einheit.

IIIIIIIIIIIIII	Total T	T
IIII IIIIIIIIII	T– 4 : Von T 4 wegnehmen	T = (T-4)+4
IIII IIII IIIIII		
IIII IIII IIII II	T/4 : Von T 4r wegnehmen	T = (T/4)*4

Die nicht bündelten 2 kann man als 4r oder als 1r zählen. Zählt man sie als 1r, werden sie ein eigener Stapel, und man hat dann einen Multistapel oder ein Lager, welches als Dezimalzahl oder auch in ‚Tassenschreibweise' festgehalten werden kann. Zählt man die 2 dagegen als 4r, so werden sie am 4-Stapel als ein Bruch 2/4*4 angebracht.

Multi-Stapel, Lager (Dezimal)	Stapel (Bruch)
 IIII IIII I IIII I	II IIII IIII IIII
3*4 + 2*1 = 3.2 *4 = 3)2)	3 2/4 *4

Umzählen



T = 3 4r = ? 5r

Will man 3 4r in 5r umzählen, so wird das Ergebnis durch die folgende Umzählungsgleichung vorausgesagt: T = (3*4/5)*5 = 2 2/5 * 5. Wenn beispielsweise im Sinne eines Äquivalents 4m = 5$, so kann man 7m in $ umrechnen, indem man umzählt:

T = 7m = (7/4) * 4m = (7/4) * 5$ = 8 ¾ $

Außen- und Binnenhandel

Im Lager T = 3 5r & 2 1r wird der Export von 3 1r möglich, wenn vorher ein Binnenhandel zwischen den 5-Stapeln und den 1-Stapeln stattfindet.

IIIII IIIII I IIIII I	 IIIII IIIII II IIIII	 IIIII IIIII IIII III
3*5 + 2*1	2*5 + 7	2*5 + (7-3) + 3

In Tassenschreibweise: T = 3)2) = 3-1)2+5) = 2)7) und 2)7) - 3) = 2)4)

Als Dezimalzahl geschrieben: T = 3.2*5 = 2.7*5 und 2.7*5 - 0.3*5 = 2.4*5

Außen- und Binnenhandel: Verkürzung

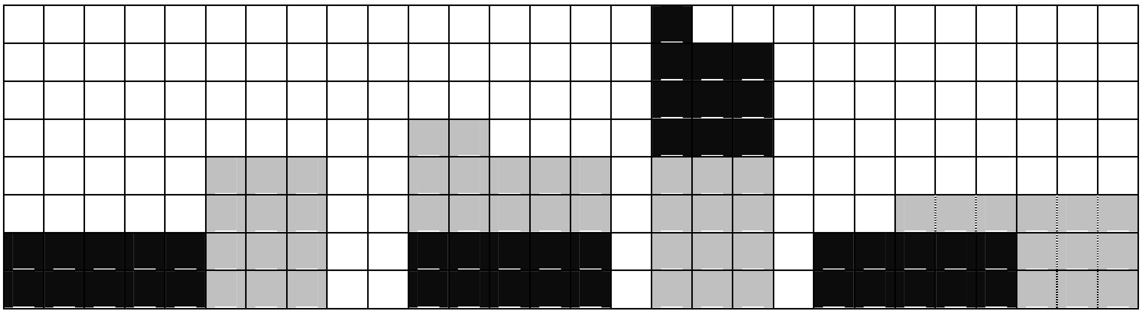
Im Lager T = 1 5r & 4 1r wird der Import von 1 5r + 3 1r zu einem Binnenhandel führen:

In Tassenschreibweise: T = 1)4) + 1)3) = 2)7) = 2+1)7-5) = 3)2)

Als Dezimalzahl geschrieben: T = 1.4*5 + 1.3*5 = 2.7*5 = 3.2*5

Stapel sammeln

Die Stapel 2*5 + 4*3 sammelt man als 5r oder 3r, oder als 8r (Integration).



T = 2 * 5 + 4 * 3 -> 4 2/5 * 5 = 7 1/3 * 3 = 2 6/8 * 8

Umgekehrt wird Integration zu Differentiation:

T1 + ?*3 = T2, ? = (T2-T1)/3 (der Differentialquotient)

Einstellige Gleichungen

2*x+1 = 9 = *(9-1) +1* Umstapeln: 9 = (9-1) +1

2*x = 9-1 = 8 = *(8/2)*2* Umzählen: 8 = (8/2)*2

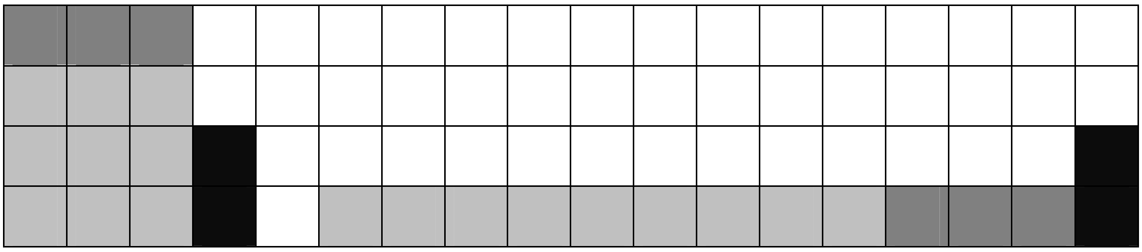
x = 8/2 = 4

So wird eine Gleichung durch Umstapeln und Umzählen gelöst.

Solcherart Verrücken & Darstellungswechsel löst eine Gleichung auf authentische Weise, nicht jedoch die übliche Neutralisierung.

Überladung: verallgemeinertes Positionssystem

Ist ein Stapel höher als sein Bündel, so führt diese Überladung auf dem Wege des Umstapelns zu einer dreistelligen Zahl: Ein Bündel von Bündeln wird 1 Bündel-Bündel.



T= 4*3 + 2*1 = 1*(3*3) + 1*3 + 2*1

T= 4)2)= 1)1)2), T= 4.2*3 = 11.2*3 = 1.12*(3*3)= 0.112*(3*3*3) = 112*1

Differenzen zwischen BIB-Mathematik und LAB-Mathematik

• Bibliothekmathematik sieht Zahlsymbole als kulturelle Artefakte, die man auswendig lernen muss. Laboratoriumsmathematik sieht Zahlsymbole als natürliche Ikonen, die sich als Anzahl von Strichen selbst repräsentieren.

• BIB-Mathematik hat Addition als ihre primäre Operation, dann folgen Subtraktion und Multiplikation; zuletzt kommt die schwierige Division. LAB-Mathematik hat Division als ihre primäre Operation, dann kommen Multiplikation und Subtraktion, und zuletzt die schwierige Addition.

• BIB-Mathematik führt mehrstellige Zahlen früher ein als Mathematik. LAB-Mathematik führt Mathematik früher ein als mehrstellige Zahlen.

• BIB-Mathematik führt Bruchzahlen früher ein als Dezimalzahlen. LAB-Mathematik führt Dezimalzahlen früher ein als Bruchzahlen.

• BIB-Mathematik führt die mehrstellige Zahl als abstrakte Idee eines Positionssystems ein. LAB-Mathematik führt die mehrstellige Zahl als physisches Faktum ein, als ein Lager, einen Multi-Stapel.

• BIB-Mathematik führt die Addition von mehrstelligen Zahlen als eine abstrakte Idee von Übertrag ein. LAB-Mathematik führt die Addition von mehrstelligen Zahlen als Binnenhandel zwischen Stapeln ein.

• BIB-Mathematik macht aus Algebra und Gleichungen sekundäre Bildung. LAB-Mathematik inkludiert Algebra und Gleichungen in primäre Bildung.

• BIB-Mathematik macht Differential- und Integralrechnung zu tertiärer Bildung. LAB-Mathematik inkludiert Differential- und Integralrechnung sowohl in primäre als auch in sekundäre Bildung.

• BIB-Mathematik wird von oben als Beispiel für Abstraktionen definiert, LAB-Mathematik dagegen von unten als Abstraktion aus Beispielen.