

Schüler-Schwierigkeiten beim Lösen von Modellierungsaufgaben – Ergebnisse aus dem DISUM-Projekt

1. Modellierungsaufgaben – eine wichtige Komponente der neuen Aufgabenkultur

Spätestens seit der TIMS- und der PISA-Studie sind wesentliche Defizite deutscher Schülerinnen und Schüler in Mathematik bekannt. Sie bearbeiten noch relativ gut Aufgaben, die eine routinierte Anwendung von Standardalgorithmen erfordern, scheitern aber oft bei der Lösung realitätsnaher, mehrschrittiger Aufgaben. Eine Ursache dieser Defizite ist die starke Verfahrensortierung des Mathematikunterrichts. Um den Mathematikunterricht zu verbessern, wurde das bundesweite BLK-Modellversuchsprogramm „SINUS“ initiiert. Ein wichtiges Ziel dieses Projektes war die Veränderung der „Aufgabenkultur“ im Unterricht. Einen Teil der neuen Aufgabenkultur bilden die von einer realen Situation ausgehenden Modellierungsaufgaben, deren Lösung die Suche nach einem passenden mathematischen Modell und seine Projektion auf die Realität beinhaltet.

2. Das Forschungsprojekt „DISUM“¹

Im Forschungsprojekt „DISUM“ wird eine Antwort auf die Frage gesucht, wie solche realitätsorientierte Modellierungsaufgaben im Unterricht optimal eingesetzt werden können. Wesentlicher Bestandteil des DISUM-Projektes ist die Entwicklung, Durchführung und Auswertung eines Lehrertrainingsprogramms zu einer Unterrichtseinheit, die thematisch die Kompetenz „Modellieren“ und die Einheit „Der Satz des Pythagoras“ verbinden soll.

Über die erste Phase des Projekts wurde von Blum/Leiß (2003) berichtet. Der vorliegende Beitrag befasst sich mit einem Aspekt, der im Jahr 2005 im Rahmen des DISUM-Projektes näher untersucht wurde. Hierbei geht es um die Schwierigkeiten, die Schüler beim Lösen von den für die Untersuchung entwickelten Modellierungsaufgaben haben. Zwei Aufgabenbeispiele aus dem DISUM-Projekt sind im Anhang zu finden.

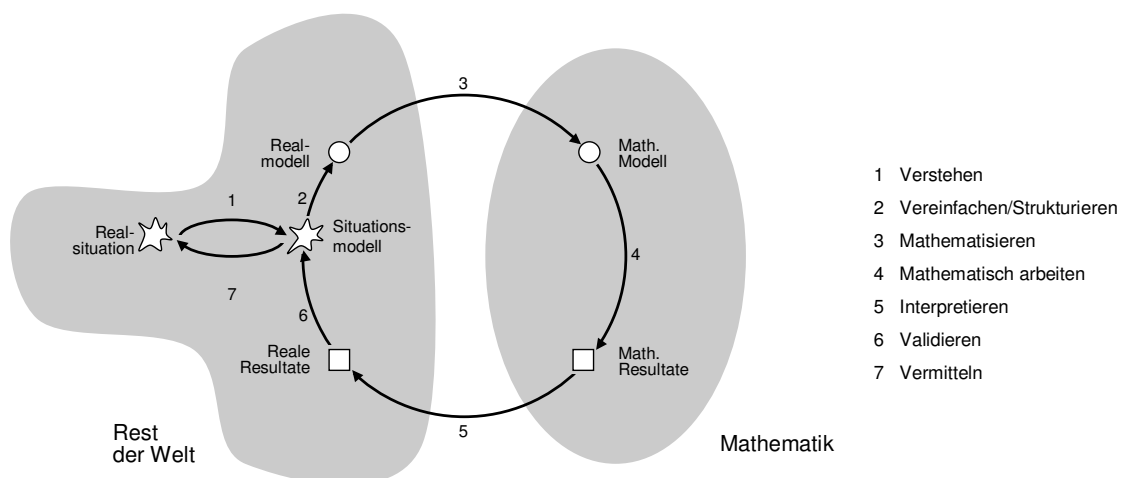
¹ Das Forschungsprojekt „DISUM“ (Didaktische Interventionsformen für einen selbstständigkeitsorientierten aufgabengesteuerten Unterricht am Beispiel Mathematik) wird von der DFG gefördert. Leiter des Projekts sind Prof. Dr. W. Blum (Kassel), Prof. Dr. R. Messner (Kassel) und Prof. Dr. R. Pekrun (München), Mitarbeiter sind D. Leiß und S. Schukajlow.

Um aufgabenspezifische Schwierigkeiten der Schüler bei der Bearbeitung von Modellierungsaufgaben zu analysieren und Anhaltspunkte für eine adäquate Lehrerunterstützung in der geplanten Unterrichtseinheit gewinnen zu können, wurden zuerst Laborsitzungen mit Schülerpaaren durchgeführt. Jede der acht angebotenen Aufgaben wurde von vier Schülerpaaren aus der Hauptschule und vier Schülerpaaren aus dem Gymnasium gelöst. Alle Schüler waren zum Untersuchungszeitpunkt in der Jahrgangsstufe 9. Im Anschluss an die Aufgabenbearbeitung wurde ein Schüler aus jedem Paar nach der Methode des *Stimulated Recall* (vgl. Kagan et. al. 1963) interviewt.

3. Ergebnisse

Auf der Basis der detaillierten Aufgabenanalysen und der im Labor gesammelten Daten wurden im ersten Schritt individuelle Lösungsprozesse der Schüler bei der Aufgabenbearbeitung rekonstruiert. Die aufgabenspezifischen Schüler-Schwierigkeiten im Lösungsprozess wurden identifiziert und gemäß dem Modellierungskreislauf von Blum/Leiß 2005 kategorisiert. Abschließend wurden die Schüler-Schwierigkeiten in der jeweiligen Kategorie quer über die Modellierungsaufgaben verglichen.

Modellierungskreislauf (Blum/Leiß 2005)



Aus der Analyse der Lösungsprozesse wurden folgende Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Bearbeitung von vier ausgewählten Modellierungsaufgaben erschlossen:

- (1) Schwierigkeiten in allen betrachteten Modellierungsaufgaben lassen sich sehr gut in dem verwendeten Modellierungskreislauf verorten.
- (2) Verschiedene Modellierungsschritte bereiten den Schülern je nach Aufgabe unterschiedliche Schwierigkeiten. Zum Beispiel ist es wesentlich schwieriger, ein richtiges Situationsmodell beim Lösen der Aufgabe „Zuckerhut“ zu bilden als beim Lösen der Aufgabe „Riesenschuhe“. Eine sinn-

volle Konstruktion des Realmodells ist aber beim Lösen der Aufgabe „Riesenschuhe“ ein Schritt, den nur die besten Schülerinnen und Schüler leisten können.

(3) In jedem einzelnen Modellierungsschritt und in jeder der vier Aufgaben gibt es kognitive Teilprozesse, die das Erreichen der nächsten Zwischenstation im Modellierungskreislauf ermöglichen. Z.B. bilden drei kognitive Teilprozesse den Modellierungsschritt „Verstehen“: Information aus Text entnehmen, Information aus Bild entnehmen und sie in einem kohärenten Situationsmodell mit einander verbinden.

(4) Die bei der Aufgabenbearbeitung angewandten Lösungsstrategien sind in allen Aufgaben ähnlich und erfüllen in verschiedenen Lösungsphasen unterschiedliche Funktionen. So kann eine Skizze gezeichnet werden, um sich die Ausgangssituation zu verdeutlichen. Sie erleichtert die Strukturierung der Angaben und trägt dazu bei, z.B. passende mathematische Verfahren zu finden. Ebenso wie ein Repräsentationswechsel mit Hilfe der Skizze (symbolisch ↔ ikonisch) werden auch andere Strategien – wie z.B. Kontrollmechanismen – nur an der Stelle im Modellierungskreislauf angewandt, wo die Person das für notwendig hält.

(5) Eine intuitive Validierung, die aus der Plausibilitätsüberprüfung des Ergebnisses im Situationsmodell und einer anschließenden Überprüfung der Annahmen im Realmodell besteht, wird von einigen Schülern in allen angebotenen Aufgaben durchgeführt. Ein Grund für die Validierung des realen Resultats ist die Abweichung von dem erwarteten Ergebnis. Ein anderer Auslöser des Validierungsprozesses sind Unsicherheiten der Schüler auf dem Weg zum Ergebnis. Werden Annahmen als zweifelhaft empfunden, wird das Endergebnis kontrolliert und der Übergang vom Situations- zum Realmodell noch einmal überprüft.

Die letzte Überlegung liefert eine Hypothese zur Frage, warum die Reflektions- und die Validierungsphasen im Unterricht selten zu finden sind. Offenbar haben Lehrer, die den Unterricht primär inszenieren, weder am Lösungsprozess noch am Lösungsergebnis Zweifel. Deswegen entfällt bei ihnen eine natürliche Kontrollphase. Gegensteuern können Lehrer z. B. durch die bewusste Integration von Validierungsprozessen in den Unterricht.

Auch für die Schüler wäre eine bewusste Validierung des Ergebnisses außerordentlich empfehlenswert. Sie könnten dann viele Fehler vermeiden und das in einer Modellierungsaufgabe verborgene Lernpotential effektiver nutzen. Somit bietet sich der Modellierungskreislauf als eine Art strategische Hilfe für Lehrer (vgl. Leiß/Möller/Schukajlow 2005) und – in einer vereinfachten Version – auch für Schüler.

Literatur:

- Blum, W. & Leiß, D. (2003): Diagnose- und Interventionsformen für einen selbstständigkeitsorientierten Unterricht am Beispiel Mathematik – Vorstellung des Projekts DI-SUM. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim (Franzbecker), 129-132.
- Blum, W. & Leiß, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der “Tanken”-Aufgabe, In: Mathematik lehren, H. 128, Feb. 2005, S. 18-21.
- Kagan, Norman et al.: Stimulated recall in therapy using video-tape – A case study. In: Journal of Counseling Psychology 10 (1963). Heft 3, S. 237-243.
- Leiß, D., Möller, V. & Schujkajlow, S. (2006): Diagnostizieren und Fördern mit Modellierungsaufgaben. In: Friedrich Jahresheft XXIV, S. 89-91.
- Drücke-Noe, C. & Leiß, D. (2005): Standard-Mathematik von der Basis bis zur Spitze, Sekundarstufe I; – Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematikunterricht. Wiesbaden.

Anhang:

Zuckerhut

Aus einer Zeitungsmeldung:

Die Zuckerhutbahn benötigt für die Fahrt von der Talstation bis zum Gipfel des als Zuckerhut bekannten Berges rund 3 Minuten. Dabei fährt sie mit einer Geschwindigkeit von 30 km/h und überwindet einen Höhenunterschied von ca. 180 m. Der Cheftechniker Giuseppe Pelligrini



würde viel lieber zu Fuß gehen. So wie früher, als er Bergsteiger war und erst von der Talstation über die ausgedehnte Ebene zum Berg rannte und diesen dann in zwölf Minuten bestieg.

Wie weit ist die Strecke ungefähr, die Giuseppe von der Talstation bis zum Fuß des Berges rennen musste? Schreibe deinen Lösungsweg auf.

Riesenschuhe (aus Drücke-Noe/Leiß 2005)

Florentino Anonuevo Jr. poliert in einem Sportzentrum auf den Philippinen das laut Guinness Buch der Rekorde weltgrößte Paar Schuhe mit einer Breite von 2,37 m und einer Länge von 5,29 m.



Wie groß wäre der Riesenmensch ungefähr, dem dieses Paar Schuhe passen würde? Beschreibe deinen Lösungsweg.