Renate RASCH, Landau

Frühes operatives Denken beim Bearbeiten von Textaufgaben

In den Klassenstufen 1 und 2 erwerben Lernende grundlegendes Wissen: Die Zahlbegriffe werden erarbeitet, die ersten Zahlenräume erschlossen, Verständnis für die Grundrechenoperationen wird vermittelt und auf wichtige Rechenstrategien aufmerksam gemacht. Eigentlich scheint damit die Zeit für mathematisches Lernen im Anfangsunterricht mehr als ausgefüllt. Und doch gibt es Bereiche, die nicht intensiv genug angesprochen werden und deren Potenzial für mathematische Bildung nicht ausreichend genutzt wird. Dazu gehören m. E. geometrische Inhalte und das Sachrechnen (Stern 2005; Rasch 2001, 2003; Winter 1992).

Gründe für das Projekt

Textaufgaben bzw. Sachaufgaben, wie sie in der Grundschule genannt werden, bezieht man in der Regel im Zusammenhang mit den Rechenoperationen, die gerade betrachtet werden bzw. wurden, in den Mathematikunterricht ein. Eher selten begegnen den Erst- und Zweitklässlern Textaufgaben mit ungewohnten operativen Anforderungen. So wird das Sachrechnen für die Lernenden zu einer weiteren Form des Rechnens – einer Form, die durch die Einbettung mathematischer Beziehungen in Text erschwert wird. Textaufgaben können jedoch darüber hinaus zu mathematischer Auseinandersetzung mit sonst beim Rechnen weniger im Mittelpunkt stehenden Zahlbeziehungen führen und auf solche Zusammenhänge schon frühzeitig aufmerksam machen. Untersuchungen wiesen mehrfach darauf hin, dass das Sachrechnen fast ausschließlich, die durch das Rechnen ohnehin trainierten Beziehungen wieder aufgreift und andere Beziehungen, z. B. solche, die sich aus Vergleichssituationen ergeben, vernachlässigt (Stern 2005).

Auf dem dargestellten Hintergrund ergeben sich folgende Fragestellungen:

- Welche operativen Anforderungen können Grundschulkinder zu verschiedenen Zeitpunkten in Textaufgaben bewältigen?
- Welche Anforderungen bewältigen sie (noch) nicht bzw. mit Hilfsmitteln?
- Können Arbeitsmittel lösungsunterstützend eingesetzt werden?

Die Textaufgaben

Zu Beginn der Klassenstufe 1 (3./4. Schulwoche) bearbeiteten Erstklässler im Rahmen von Einzelinterviews jeweils die folgenden Textaufgaben:

1) Franz und Anna spielen mit kleinen Autos. Franz hat 2 und Anna hat 6. Wie viele haben sie zusammen?

2) Aus dem Märchen von den 7 Geißlein: Als der Wolf kommt, versteckt sich das kleinste Geißlein im Uhrenkasten, die anderen holt der Wolf. Wie viele Geißlein hat er gefunden?
3) Aufräumen, sagt Mutti – alles wieder dahin, wo es war. Wo sind die Würfel? 6 waren es, jetzt sind nur noch 2 in der Schachtel. Die restlichen finde ich unter dem Bett. Wie viele lagen dort?
4) Jan und Paula bauen mit Legosteinen. Jan steckt 5 Steine zusammen. Paula baut mit 7 Steinen. Wie viele Bausteine hat Paula mehr?
5) Teilen fällt nicht immer leicht. Ich esse gern Schokolade. 8 Schokoladenriegel soll ich mit meiner Schwester teilen. Wie viele muss ich abgeben (wenn es gerecht sein soll)?
6) Beim Spiel „Mensch ärgere dich nicht" hat Vera zweimal hintereinander eine 6 gewürfelt. Um wie viele Felder konnte sie vorrücken (wenn alle Spielsteine schon eingesetzt waren)?
7) Heute hatte ich Glück. Ich habe drei Münzen gefunden: 2 Cent, 1 Cent und 5 Cent. Wie viele Cent habe ich gefunden?
8) Kaffeetrinken bei den 7 Zwergen hinter den 7 Bergen: Jeder Zwerg isst zwei Stücken Kuchen. Wie viele Kuchenstücke wurden gegessen?

Als besonders anspruchsvoll erwiesen sich die Aufgaben 4, 7 und 8. Die Aufgabe 4, bei der die Differenz zwischen zwei Vergleichsmengen zu ermitteln war und die Aufgabe 7, bei der Anzahl und Wert miteinander in Beziehung gesetzt werden mussten, waren bei den Schulanfängern noch mit Verstehensdefiziten verbunden. Die Aufgabe 8 war von der Sachsituation her den Schülern gut verständlich; das Problem bestand hier darin, eine Verknüpfung zu erschließen, durch die sich die geschilderte Situation abbilden ließ.
Die acht Aufgaben, die in Klassenstufe 2 zum Halbjahr eingesetzt wurden, waren ähnlich. Dort wurden teilweise größere Zahlen verwendet und anstelle der Aufgabe 6 wurde eine Vergleichsaufgabe einbezogen, bei der beide Vergleichsmengen zu bestimmen waren (s. unten). Die operativen Anforderungen in den Aufgaben 4, 7 und 8 stellten im Halbjahr der Klassenstufe 2 schon keine besondere Schwierigkeit mehr dar. Multiplikative Beziehungen und solche des Teilens wurden allerdings in der Regel noch auf die einfacheren, vertrauten Operationen Addition und Subtraktion zurückgeführt.

Lösungsprozesse und Schlussfolgerungen

Schon in Klasse 1 konnte man beobachten, wie wichtig für operative Überlegungen das Nutzen verschiedener Repräsentationsebenen (gedankliche und handelnde Ebene) und der Wechsel zwischen diesen ist. An dem Vor-

gehen von Alex beim Bearbeiten der Aufgabe 8 soll dies verdeutlicht werden:
Alex (6 Jahre) antwortete nach dem Hören der Aufgabe fragend „2?“. Der Sachverhalt wurde noch einmal vorgetragen. Er überlegte kurz und zählte dann an den Fingern bis 7, zählte weiter, brach aber die Zählaktivitäten ab. Er überlegte wieder und nahm die Stäbchen. In diesem Moment hatte er scheinbar schon ein fertiges Konzept vor Augen: Zielgerichtet legte er am unteren Blattrand 7 Stäbchen für die Zwerge und packte für jeden Zwerg darüber zunächst eins und darüber jeweils noch ein Stäbchen. Er zählte anschließend die oberen beiden Stäbchenreihen aus und vergewisserte sich erstaunt „14?“. Bei Alex fiel auf, dass er schon während des Interviews die Beweglichkeit, mit der er die Arbeitsmittel nutzte, erhöhen konnte.

Die schriftliche Ebene wurde mit dem Auftrag „Notiere deine Lösungszahl.“ angeregt. Bei den *Zweitklässlern* konnte diese schon deutlich umfangreicher genutzt werden, indem die Schüler auch ihre Rechenüberlegungen notierten. Das Vorgehen der Kinder machte darauf aufmerksam, dass sie sich (bei Vorhandensein eines Grundverständnisses für die Situation) sofort auf die Rechenaktivitäten konzentrierten und im Kopf und teilweise unter Zuhilfenahme des Materials eine Lösungszahl ermittelten. Wir bekräftigten diese Reihenfolge, ließen also erst das Ergebnis und dann die Rechenüberlegungen notieren. Ein Zweitklässler betonte, dass Letzteres schwierig sei. Wenn man verfolgt, wie intensiv die Lösung hergeleitet wurde (teilweise über mehrere noch sehr bewusst ausgeführte Rechenschritte), kann man gut nachvollziehen, dass das Ableiten einer Rechenaufgabe für Zweitklässler schon eine recht hohe Abstraktionsleistung ist. Bei der Aufgabe zum Teilen *(Ich esse gern Schokolade. 26 Schokoladenriegel soll ich mit meiner Schwester teilen. Wie viele muss ich abgeben, wenn es gerecht sein soll?*) stellte ein Schüler seine Überlegungen folgendermaßen dar: „Ich habe mit der 10 begonnen, denn unter 10 kann’s ja nicht sein, 10 und 10 ist 20, dann 11 und 11 ist 22, 12 und 12 ist 24 und 13 plus 13 ist 26.“ Er notierte nach längerem Überlegen die Aufgabe ‚26-13=13’.

In Klasse 2 regte nur die Vergleichsaufgabe auch leistungsstarke Kinder zu bewusstem operativen Denken an und ließ auch diese Schülergruppe zu Material greifen:
Max und Vera haben zusammen 10 Sammelbilder. Max hat 4 mehr als Vera. Wie viele Sammelbilder hat Max, wie viele hat Vera?
Ein Teil der Kinder äußerte sofort nach dem Hören der Aufgabe „Die ist zu schwer.“ Andere waren erstaunt, dass mit solch kleinen Zahlen eine wirklich knifflige Aufgabe entstehen kann. Anspruch im Mathematikunterricht war für die Kinder bisher nur mit „schweren Rechenaufgaben (mit großen

Zahlen)“ verbunden. Bei der Vergleichsaufgabe griff auch *Valentin* (8 Jahre), der zuvor alle anderen Textaufgaben schnell und sicher im Kopf bearbeiten konnte, zu Arbeitsmitteln. Zunächst versuchte er es jedoch ohne Material:

V: Er hat 14. (I für Interviewerin, V für Valentin)
I: Die haben aber zusammen 10 – mehr haben sie nicht.
V: 9 und 5.
I: 9 und 5 ist schon nicht schlecht, denn da sind 4 Unterschied. Das hast du schon gut gemacht. Aber die haben ja nur 10 und bei deiner Rechnung jetzt, 9 und 5, da hätten sie ja 14.
V: (überlegt)
I: Willst du dir die Klötzchen nehmen?
V: (Zählt 10 Klötzchen ab und legt sie in eine Reihe. Schaut eine Weile darauf.) Der Max hat 7.
I: (Bestätigt seine Antwort.)
V: (Nimmt den Stift und notiert ‚7 und 3'.)
I: Kannst du mir erklären, warum das so sein muss?
V: Weil 3 plus 3 ist gleich 6 und dann hat der Max auch 3, dann bleiben noch 4 übrig, dann 4 plus 3 ist gleich 7.

Valentin machte deutlich, dass das Gefühl für Zahlbeziehungen und die Flexibilität beim Aneinanderreihen von Rechenschritten wichtige Komponenten für anspruchsvolles operatives Denken sind. Andere Schüler zeigten, dass diesbezügliche Defizite teilweise mit Arbeitsmitteln (bzw. mit Zähltechniken) ausgeglichen werden können. Das Nutzen von Material kann darüber hinaus den Arbeitsspeicher entlasten. Lösungsstrategien, die Lernende im Anfangsunterricht mit Arbeitsmaterial entdecken, können evtl. später skizzenhaft oder durch weitere schriftliche Repräsentationsformen zur Lösungsunterstützung herangezogen werden. Diese lösungsbegleitenden Arbeitsweisen sind mit Lernprozessen verbunden, zu denen Mathematikunterricht in der Grundschule anregen sollte.

Literatur

Rasch, R. (2003): 42 Denk- und Sachaufgaben. Wie Kinder mathematische Aufgaben lösen und diskutieren. Seelze: Kallmeyer.

Rasch, R. (2001): Zur Arbeit mit problemhaltigen Textaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Hildesheim: Franzbecker.

Stern, Elsbeth (2005): Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In: v. Aster, M/J. H. Lorenz (Hrsg.).Rechenstörungen bei Kindern. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Winter, H. (1992). Zur grundsätzlichen Problematik des Sachrechnens. Sachunterricht und Mathematikunterricht in der Primarstufe, 20, 8, 350-369.