

Guido PINKERNELL, Lingen

„Mehrwertaufgaben“ - Kleine, weittragende Unterrichtsideen für den Rechnereinsatz

Der Einsatz eines CAS oder GTR ist mittlerweile vielerorts verpflichtend. Das teure Gerät wird aber von manchen Lehrenden immer noch als einfacher Rechenknecht eingesetzt, der sich so gesehen von einem handelsüblichen Taschenrechner nicht wesentlich unterscheidet. Warum also diese technische Aufrüstung? „Mehrwertaufgaben“ können vielleicht überzeugen: Kleine Unterrichtsideen, die ohne Aufwand die besonderen Möglichkeiten eines CAS oder GTR nutzen und dabei eine tragfähige Grundlage für zu erlernende Methoden und Begriffe bilden können.

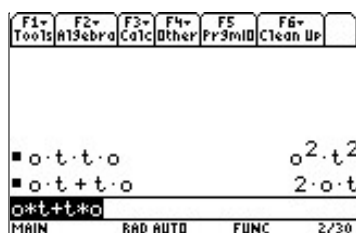
Im Folgenden werden eine Reihe von Aufgabenideen vorgestellt, deren methodische Feinplanung dem Leser überlassen wird.

1 Rechnen mit Termen

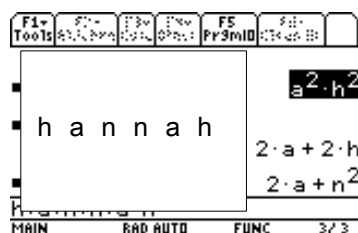
Dass ein CAS hierzu einiges bieten kann ist naheliegend. Aber auch eine einfache Tabellenkalkulation kann genutzt werden, um die Erstbegegnung mit der Algebra sinnvoll zu gestalten.

1.1 „Mach' den Otto zur Null“

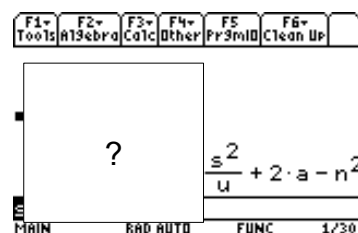
Viele dürften gleich nach Aushändigung der neuen CAS-Rechner ihre Schüler dabei beobachtet haben, wie sie die alphanumerische Eingabe dazu benutzen ihre Namen oder andere Texte in das Gerät zu schreiben. Diese Neugier auf die Möglichkeiten des Rechners lässt sich für ein exploratives Erkunden der Blackbox „CAS“ nutzen:



1. Gib deinen eigenen Namen ein.
2. Finde einen Eingabeterm, bei dem sich besonders viel ändert.



3. Wie lautet der Eingabeterm?
4. Kann man aus „Hannah“ auch eine 0, 1 oder 2 erzeugen?



5. Wie lautet der Name?
6. Erfinde eigene Rätsel.
7. Formuliere Regeln, nach denen der Rechner umformt.

Erst die siebte Frage thematisiert Termumformungsregeln. Dass die Systematisierung erst spät erfolgt, ist als eines der wesentlichen Prinzipien der „Blackbox-Aufgabe“ seit langem hinreichend bekannt: Mittels Trial-and-Error-Strategien wird ein Gefühl für die verborgenen Regeln und

Gesetze entwickelt, die erst nach dem Bewußtmachen der intuitiv erarbeiteten Zusammenhänge formuliert werden (Meissner 1979).

1.2 Rechenmauern

Beim „Otto“ gehorchen die Regeln, nach denen die Buchstabenterme umgeformt werden, den bekannten arithmetischen Rechengesetzen. Dass jeder Buchstabe aber für eine Zahl steht ist bei diesem Ansatz zunächst nicht im Vordergrund. Das ist bei der folgenden Aufgabe anders. Es handelt sich hier um eine Umsetzung des bekannten Aufgabenformats „Zahlenmauer“ in einer Tabellenkalkulation und ist daher auf verschiedenen Handhelds sowie PCs realisierbar. Dabei sind die Verknüpfungen zwischen den „Mauersteinen“ in Form von Zellbezügen flexibel definierbar, wie das folgende Beispiel zeigt.

S01	A	B	C
1	1	1	2
2	2	3	
3	7		
4			
5			
6			
A3:	=A2+B2+C1		[Menu]

1. Gebe Zahlen in den Eingabezellen A1, B1 und C1 so ein, dass in Ausgabezelle A3 eine 10 erscheint.
2. Beschreibe, wie die Ausgabezelle mit den Eingabezellen zusammenhängt.
3. Finde eine Formel für A3 in Abhängigkeit von A1, B1 und C1.
4. Programmiere eigene Rechenmauern.

Das Rechnen mit Variablen stellt sich hier dar als ein Rechnen mit Zeileinträgen. Die Zellnamen sind die Zahlvariablen, und sie werden beim Ausprobieren auch als solche wahrgenommen: B1 steht für jede Zahl, die ich in das gleichnamige Feld eingeben kann. Außerdem: Dass die Zellbezüge sichtbar sind (siehe Abbildung: A3:= A2+B2+C1) ermöglicht neben intuitiven Analysen einer Rechenmauer auch algebraische, z.B. mittels Einsetzungsverfahren.

2 Zielwerfen

In den 70er Jahren des vergangenen Jahrhunderts wurde schon einmal die Verwendung neuer Technologien in den Schulen diskutiert. Damals war es der Taschenrechner, und auch damals wurden Aufgabenideen vorgeschlagen, die unseren „Mehrwertaufgaben“ für CAS und GTR sehr ähnlich sind. Als Beispiel sei hier das „Zielwerfen“ beschrieben, das von Meissner (1979) für den Arithmetikunterricht der Grundschule entwickelt wurde. Es kann als Grundlage für die Formulierung von Aufgaben auch für CAS und GTR dienen:

Viele Taschenrechner erlauben bei zweimaliger Eingabe der Additionstaste (auch Multiplikationstaste etc.) die Programmierung eines versteckten Operators, z. B. die Tastenfolge 7 + + weist der = -Taste den Operator „+ 7“ zu. Jeder Schüler bekommt einen solchermaßen präparierten Taschenrechner (oder programmiert selbst einen solchen für den Banknachbarn)

und soll herausfinden, welche „Rechnung“ sich hinter der = -Taste verbirgt. Das geschieht im Anfangsunterricht natürlich durch Ausprobieren, so dass sich ein Gefühl für Größenverhältnisse von Zahlen entwickelt.

Für uns ist beim Zielwerfen dabei folgendes bemerkenswert: Nicht die exakte Berechnung der Lösung ist Zweck der Aufgabe, sondern ihre Näherung durch sinnvolles Schätzen. Dabei gibt ein falscher Schätzwert Hinweise für eine Verbesserung der Aufgabe.

2.1 Anteile schätzen

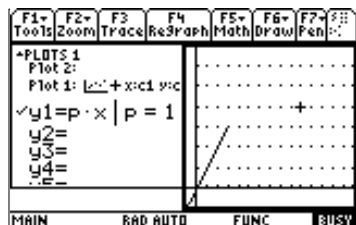
Eine einfache Variation des Zielwerfens im Rahmen der Prozentrechnung könnte so aussehen. Der Lehrer stellt die folgende Aufgabe: „6 von 28 Schülern der Klasse haben schon einmal geraucht. Wie viel Prozent sind das etwa?“

Schätzwerte werden vom Lehrer in den Rechner eingegeben, dessen Eingabefenster mittels Projektion für die Klasse einsichtig ist. 10% ist offensichtlich zu klein, 20% besser, und 25% etwas zu hoch. Wie beim Zielwerfen ist hier die exakte Lösung nicht gefragt, sondern ein guter Schätzwert. Der Rechner insbesondere liefert nicht die Lösung, sondern wird so eingesetzt, dass er Hinweise für eine Verbesserung des Schätzwerts gibt.

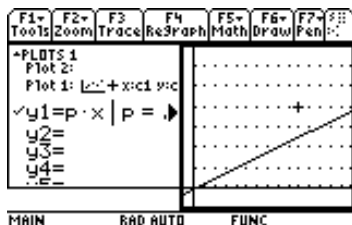
F1- Tools	F2- Algebra	F3- Calc	F4- Other	F5- Pr3mID	F6- Clean Up
28 · p / 100 p = 10					2.8
28 · p / 100 p = 20					5.6
28 · p / 100 p = 25					7.
28*p/100 p=25					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 3/30	

2.2 Kanonenschießen

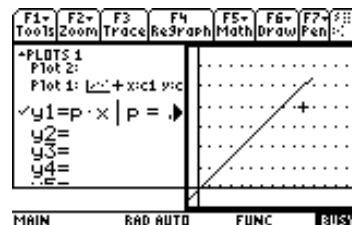
Nach demselben Prinzip funktioniert das „Kanonenschießen“. Es kann im Rahmen einer Einführung in lineare Graphen eingesetzt werden. Der Graph einer proportionalen Funktion wird hier als die Flugbahn eines Geschosses interpretiert, deren Kanone im Ursprung des Koordinatensystems platziert ist. Ein Kreuz (erzeugt durch den Plot eines Datenpunktes) markiert das Ziel. Auf Zuruf modifiziert der Lehrer den Parameter p im Funktionsterm, mittels dessen – wie den Schülern bald klar wird – die Flugbahn des Geschosses gesteuert werden kann.



p=1



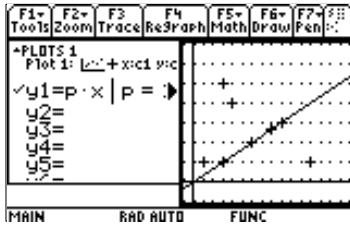
p=0,25



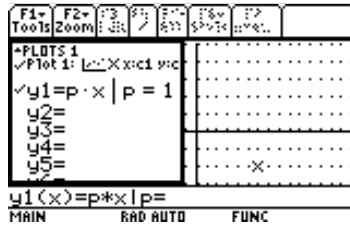
p=0,5

Offensichtlich liefert auch hier der Rechner Hinweise auf eine Verbesserung der anfänglich noch unsicheren Schätzwerte. Bald wird auch der Zusammenhang zwischen einem passenden p und den Zielpunktkoordinaten deutlich. Die sind den Schülern bekannt, wenn sie vom Lehrer – auf dem Display von den Schülern beobachtbar – bei jedem Durchgang neu eingibt.

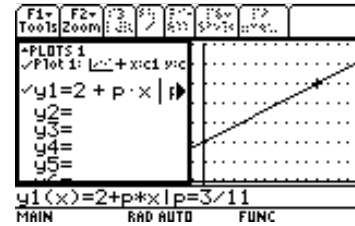
Weitere Variationen sind möglich:



Was haben alle getroffenen Zielkoordinaten gemeinsam?



Fallen heißt „negativ steigen“.



p ist nicht mehr unmittelbar als y/x berechenbar.

3 Rechnerprotokolle

Die rechts abgebildeten Aufgaben sind entstanden nach dem Prinzip der Aufgabenumkehrung: Die Rechnungen sind erfolgt – wie lautet eine passende Aufgabenformulierung? Beim CAS und GTR können diese Aufgaben noch ein zusätzliches Ziel erfüllen, nämlich das der Anfertigung einer angemessenen Dokumentation. Wird dem Schüler ein fertiges Rechnerprotokoll vorgelegt, so soll ihm deutlich werden, dass zusätzliche Erklärungen notwendig sind. Es reicht zum Nachvollzug einer Aufgabenbearbeitung eben nicht, die Rechnereingaben wie (oft beobachtet) abzuschreiben und mit einem Antwortsatz abzuschließen.

4 „Kommentiere!“

Die Schüler sind mit einem Begriff oder einer Regel vertraut gemacht worden. Man darf im Idealfall erwarten, dass sie wesentliche Eigenschaften wiedererkennen, auch wenn sie nicht explizit auf den Sachverhalt aufmerksam gemacht werden. Der Rechner ist ein Reservoir mathematischer Begriffe und Regeln. Werden diese gezielt abgerufen, dann kann die Aufgabenstellung kurz ausfallen (siehe rechts).

Literatur

Meissner, Hartwig (1979): Das operative Prinzip als Einbahnstraße, in: Beiträge zum Mathematikunterricht, S. 271-274

$$\begin{array}{r}
 25000 \cdot 5 / 100 \\
 1250 \\
 1250 / 360 \cdot 150 \\
 520,8333333 \\
 25000 + 520,83 \\
 25520,83
 \end{array}$$

Formuliere eine Aufgabe. (Idee: R. Berding)

Schreibe eine nachvollziehbare Dokumentation der Lösung.

Kommentiere! (Idee S. Stachniss-Carp)

$$\begin{array}{r}
 (-2)^3 \\
 -8 \\
 -2^3 \\
 -8 \\
 (-2)^4 \\
 16 \\
 -2^4 \\
 -16
 \end{array}$$

Kommentiere!