

Bernd NEUBERT, Gießen

Kompetenzen von Grundschulern bei der Bearbeitung von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Zu den Leitideen, an denen sich die Bildungsstandards inhaltlich orientieren, gehört „Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit“. Schülerinnen und Schüler sollen am Ende der 4. Jahrgangsstufe die Kompetenz haben, Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten zu vergleichen. Uns interessierte, welche Kompetenzen Grundschüler jüngerer Alters in dieser Hinsicht schon besitzen.

Im Folgenden soll über ausgewählte Ergebnisse zweier Studien berichtet werden. Dabei wurden Grundschüler unterschiedlicher Jahrgangsstufen zum einen mit Aufgaben zum Urnenmodell, zum anderen mit Aufgaben zum Glücksrad konfrontiert. Sie besaßen in allen Fällen keine Vorkenntnisse zur Wahrscheinlichkeitsrechnung aus dem vorangegangenen Unterricht.

Studie zum Urnenmodell

An der Studie zum Urnenmodell (vgl. Mayer 2005) nahmen Schüler aus einer 1. und einer 4. Klasse teil. In Einzelinterviews wurden ihnen Aufgaben zur Einschätzung der Gewinnchancen beim Ziehen aus jeweils zwei Urnen gestellt. Für die Formulierung der Aufgabenstellungen wurden folgende „Mischungsverhältnisse“ in den Urnen zugrunde gelegt:

		Urne 1	Urne 2
Aufgabe 1	Unterschiedliche Anzahl der Gewinnfarbe; Gleiche Anzahl der Nieten	2 - 4	4 - 4
Aufgabe 2	Gleiche Anzahl der Gewinnfarbe; Unterschiedliche Anzahl der Nieten	3 - 4	3 - 5
Aufgabe 3	Unterschiedliche Anzahl der Gewinnfarben; Unterschiedliche Anzahl der Nieten; Jeweils ein Element der Gewinnfarbe mehr als Nieten	2 - 1	4 - 3
Aufgabe 4	Unterschiedliche Anzahl der Gewinnfarbe; Unterschiedliche Anzahl der Nieten; Jeweils gleich viele rote und blaue Würfel	2 - 2	4 - 4

Zur Veranschaulichung der Urnen waren acht große Streichholzschachteln vorhanden, die mit Würfeln entsprechend der Verteilung in den jeweiligen Aufgaben gefüllt waren. Die zugehörigen Aufgabenstellungen waren auf einem Ar-

beitsblatt formuliert. Dort waren auch die Streichholzschachteln mit den jeweiligen Verteilungen abgebildet.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Anzahl richtiger Antworten bzw. Begründungen in den beiden Klassen:

	Klasse 1 (20 Schüler)		Klasse 4 (16 Schüler)	
	Antwort	Begründung	Antwort	Begründung
Aufgabe 1	19	17	15	12
Aufgabe 2	15	13	13	7
Aufgabe 3	8	5	10	8
Aufgabe 4	2	2	9	5

Bei den Begründungen fällt auf, dass sich viele Schüler der 1. Klasse vorrangig nur an der Anzahl der günstigen Ereignisse orientierten. Sie wählten die Urne mit der größeren Anzahl an Gewinnereignissen. Diese Strategie dominierte beim Bearbeiten der Aufgaben 1, 3 und 4. Bei Aufgabe 2, wo diese Strategie zu einem kognitiven Konflikt führte, wurde nach anderen Strategien gesucht. Bei der Lösung dieser Aufgabe bezog eine Reihe von Kindern auch die Anzahl der ungünstigen Würfel in ihre Überlegungen ein. Bei der Bearbeitung der Aufgaben 3 und 4 kehrten die meisten aber wieder zur Strategie „Anzahl günstiger Würfel“ zurück.

Bei den Schülern der 4. Klasse dominiert zwar bei Aufgabe 1 ebenfalls die Strategie „Anzahl günstiger Würfel“, speziell bei den Aufgaben 3 und 4 war bei deutlich mehr Schülern als in Klasse 1 ein Vergleich der günstigen und ungünstigen Ereignisse innerhalb einer Schachtel oder auch bei beiden Schachteln zu beobachten. Dies lässt schon auf ein besseres Verständnis des zum richtigen Lösen notwendigen Verhältnisbegriffes schließen.

Studie zum Glücksrad

An der Studie zum Glücksrad (vgl. Weisbach 2005) nahmen Schüler einer 1. und einer 3. Klasse teil. In Einzelinterviews wurden ihnen vier Aufgaben zur Einschätzung der Gewinnchancen an Glücksrädern gestellt, die ebenfalls auf einem Arbeitsblatt formuliert waren. Die jeweiligen Glücksräder waren abgebildet. Außerdem standen entsprechende Glücksräder zur Verfügung, so dass die Kinder auch auf der enaktiven Ebene tätig werden konnten. Bei zwei Aufgaben ging es darum, die Gewinnchancen zwischen zwei Glücksrädern zu vergleichen, bei den anderen beiden Aufgaben sollten verschiedene Regeln zu einem Glücksrad hinsichtlich der Gewinnchancen bewertet werden.

In *Aufgabe 1* waren zwei Glücksräder mit jeweils sechs nummerierten Feldern zu vergleichen, von denen das eine drei Gewinnfelder, das andere zwei Gewinnfelder aufwies.

In *Aufgabe 2* waren ebenfalls zwei Glücksräder zu vergleichen: Glücksrad 1 hatte acht nummerierte Felder, davon vier Gewinnfelder; Glücksrad 2 hatte 18

nummerierte Felder, davon 7 Gewinnfelder. Die Gewinnfelder waren auf beiden Glücksrädern ungleichmäßig verteilt.

Zu *Aufgabe 3* gehörte ein Glücksrad mit acht nummerierten Feldern, von denen die Felder 1 und 5 blau, 2 orange, 3 und 7 blau sowie 4, 6 und 8 weiß gefärbt waren. Die Kinder sollten aus den folgenden Regeln, die mit den größten Gewinnchancen auswählen und ihre Entscheidung begründen.

Regel 1: Du gewinnst bei 1, 2 oder 3.

Regel 2: Du gewinnst bei rot.

Regel 3: Du gewinnst bei weiß oder blau.

Regel 4: Du gewinnst bei 2, 4, 6 oder 8.

Zu *Aufgabe 4* gehörte ebenfalls ein Glücksrad mit acht nummerierten Feldern, von denen die Felder 1 und 5 gelb, 2, 3 und 6 grün, 4 weiß sowie 7 und 8 rot gefärbt waren. Dazu waren die folgenden Gewinnregeln gegeben:

Regel A: Du gewinnst bei gelb

Regel B: Du gewinnst bei weiß

Regel C: Du gewinnst bei weiß, gelb oder blau

Regel D: Du gewinnst bei weiß, gelb, blau oder orange

Regel E: Du gewinnst bei 10 oder orange

Regel F: Du gewinnst bei 10

Bei Teilaufgabe a wurde nach einer Gewinnregel gefragt, bei der man auf jeden Fall gewinnt, bei Teilaufgabe b nach einer Gewinnregel, bei der man auf keinen Fall gewinnt. In Teilaufgabe c sollte die Regel, bei der die Gewinnchancen am größten, und die Regel, bei der diese am niedrigsten sind, gefunden werden. Außerdem sollten die Regeln nach Gewinnchancen geordnet werden (beginnend mit der Regel mit der größten Gewinnchance). Die Entscheidungen sollten wiederum begründet werden.

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Anzahl richtiger Antworten bzw. Begründungen in den beiden Klassen:

	Klasse 1 (19 Schüler)		Klasse 3 (23 Schüler)	
	Antwort	Begründung	Antwort	Begründung
Aufgabe 1	19	18	23	19
Aufgabe 2	2	2	7	2
Aufgabe 3	12	8	21	14
Aufgabe 4a	7	4	18	13
Aufgabe 4b	7	6	14	14
Aufgabe 4c	3	3	15	13

Die Übersicht zeigt, dass es den in der Studie untersuchten Kindern beider Schuljahre am schwersten fiel, die Gewinnchancen zwischen den Glücksrädern mit unterschiedlich vielen Feldern (und auch Gewinnfeldern) zu vergleichen. Dies war für uns nicht überraschend, da bei dieser Aufgabe schon ein gewisses

Verständnis vom Verhältnisbegriff zum Finden der richtigen Lösung benötigt wird.

Als vorherrschende Strategie war in beiden Klassen sowohl beim Vergleich zweier Glücksräder (Aufgaben 1 und 2) als auch hinsichtlich der Beurteilung der Gewinnchancen bestimmter Regeln für ein Glücksrad (Aufgaben 3 und 4) eine (ausschließliche) Orientierung an günstigen Feldern zu beobachten. Auch bei Aufgabe 2, wo dieser Weg nicht zum Erfolg führte, entschieden sich 15 Erstklässler und 12 Drittklässler für diesen. Deutliche Unterschiede zwischen dem Lösungsverhalten der Erst- und Drittklässler gab es bei den Aufgaben 4a und 4b beim Erkennen des sicheren bzw. unmöglichen Ereignisses. Die unterschiedlichen Ergebnisse beim Bearbeiten der Aufgaben 3 und 4c lassen den Schluss zu, dass die Grundschüler mit zunehmendem Alter auch besser in der Lage sind, komplexere Aufgaben zu bearbeiten. Speziell die Aufgabe 4c, die auch das Ordnen der Regeln nach ihren Gewinnchancen verlangte, überforderte viele Erstklässler (drei lösten die Aufgabe aber richtig) und wurde von einigen gar nicht bearbeitet.

Zusammenfassung

Die beiden Untersuchungen lassen mindestens folgende Schlussfolgerungen zu:

Kinder sind von Beginn der Schulzeit an in der Lage, einfache Aufgaben zum Einschätzen von Gewinnchancen an unterschiedlichen Zufallsgeneratoren (Urnenmodell und Glücksrad) zu erfassen. Mit zunehmendem Alter entwickeln sie auch Kompetenzen zum Lösen komplexerer Aufgaben.

Betrachtet man die verwendeten Lösungswege, so war die „Orientierung an (ausschließlich) günstigen Ereignissen“ bei beiden Zufallsgeneratoren die am häufigsten zu beobachtende Lösungsstrategie. Ungünstige Ereignisse wurden vor allem von Erstklässlern vernachlässigt. Dies zeigt, dass ein Verständnis für den Verhältnisbegriff bei den meisten Kindern nur in geringen Ansätzen vorhanden ist. Die Unterschiede zwischen den Erst- und Dritt- bzw. Viertklässlern beim Lösen der entsprechenden Aufgaben deuten aber darauf hin, dass sich dies mit zunehmendem Alter (noch in der Grundschulzeit) ändert.

Literatur:

Mayer, Stefanie: Kompetenzen von Kindern der 1. und 4. Klasse bei der Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten – erfasst am Beispiel des Urnenmodells. Wissenschaftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen im Fach Mathematik, eingereicht dem Amt für Lehrerbildung – Außenstelle Gießen, 2005 (unveröffentlicht)

Weisbach, Daniela: Kompetenzen von Schülern der 1. und 3. Klasse bei der Bearbeitung von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung – erfasst am Beispiel des Glücksrades. Wissenschaftliche Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Grundschulen im Fach Mathematik, eingereicht dem Amt für Lehrerbildung – Außenstelle Gießen, 2005 (unveröffentlicht)