

Thorsten MEYFARTH, Kassel

## **Die kontinuierliche Verwendung von Simulationen im Stochastik-Leistungskurs – Ein Kurskonzept**

*Das vorgestellte Projekt benutzt Leitideen, Aufgabentypen und Untersuchungsmethoden, die zu großen Teilen im Rahmen der Zusammenarbeit in der Fachgruppe von Prof. Dr. Rolf Biehler an der Universität Kassel erarbeitet worden sind. Das Unterrichtskonzept wurde bereits mehrfach komplett an den Kasseler Gymnasien Albert-Schweizer-Schule und Jacob-Grimm-Schule unterrichtet.*

### 1. Vorstellung des Kurskonzepts

Zentrales Gestaltungsmerkmal des Kurskonzepts ist der kontinuierliche Einsatz der Statistiksoftware Fathom über das gesamte Kurshalbjahr hinweg. Hierbei werden vor allem Simulationen sowie dynamische Lernumgebungen eingesetzt.

Der Einsatz von Simulationen im Stochastikunterricht ermöglicht einerseits einen experimentellen Umgang mit stochastischen Problemen. Weiter dient die Simulation neben dem in der Schule üblichen theoretischen Zugang als eigenständiges Werkzeug zur Lösung stochastischer Problemstellungen (Biehler 1991). Stochastische Begriffe können somit durch ein experimentelles Arbeiten im Unterricht vorbereitet werden. Ferner kann man auch Problemstellungen behandeln, für die die theoretischen Grundlagen (noch) nicht zur Verfügung stehen.

Eine Computersimulation in Fathom erfolgt in den folgenden vier Schritten (Biehler 2003):

- Schritt 1: Simulation des Einzelexperiments
- Schritt 2: Definition der interessierenden Messgröße (Zufallsgröße)
- Schritt 3: Wiederholte Durchführung der Simulation und Sammeln der Messgrößen
- Schritt 4: Auswertung der Simulation

Diese Grundstruktur einer Simulation muss von den Schülerinnen und Schülern verstanden und geübt werden. Hierbei erfordern die ersten beiden Schritte Modellierungskompetenzen bei der Abbildung der stochastischen Situation in die Computersimulation.

Die Themenfolge des Kurskonzepts ergibt sich durch den Lehrplan des Landes Hessen (Lehrplan Mathematik Stand 2005). Es wurden drei Schwerpunktsetzungen ausgewählt:

1. Einführung in den Stochastikkurs mit Simulationen
2. Binomialverteilung
3. Testen von Hypothesen

Damit die Simulationen über das gesamte Kurshalbjahr zur Verfügung stehen, wird der Umgang mit Computersimulationen an den Beginn des Kurses gesetzt. Dies hat ferner den Vorteil, dass die Schülerinnen und Schüler zu Beginn des Kurses Zufallsprozesse experimentell erarbeiten und beobachten können und hierbei ein intuitives Verständnis für stochastische Prozesse aufbauen können.

Neben dem Begriff der Wahrscheinlichkeit ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung der zweite zentrale Begriff im Stochastikkurs der gymnasialen Oberstufe. Dieser wird in der Schule vor allem am Beispiel der Binomialverteilung behandelt. Im vorliegenden Kurskonzept wird die Binomialverteilung unter Verwendung von Simulationen eingeführt. Die Abhängigkeit der Verteilung von den Parametern  $n$  und  $p$  wird anhand dynamischer Lernumgebungen untersucht. Das Thema wird durch die  $\sigma$ -Umgebungen und das  $1/\sqrt{n}$ -Gesetz vervollständigt.

Als Themenbereich der beurteilenden Statistik ist im hessischen Lehrplan das Testen von Hypothesen vorgesehen. Zum besseren Verständnis der Testlogik erfolgt der Einstieg in das Thema mit dem Testen von Hypothesen nach dem P-Wert-Konzept (Seber and Wild 2000). Erst im zweiten Schritt werden die in der Schule üblichen Signifikanztests eingeführt. Insbesondere bei der Untersuchung des Fehlers erster und zweiter Art sowie bei der Operationscharakteristik wird der Unterricht durch dynamische Lernumgebungen unterstützt.

## 2. Der „Simulationsvorkurs“

Die ersten drei Wochen des Kurshalbjahres werden als Einführungskurs in Computersimulationen mit Fathom gestaltet. Die Schülerinnen und Schüler erlernen hierbei den Umgang mit der Software sowie die Erstellung einer Simulation in den vier oben genannten Schritten. In diese Einführung integriert werden das Gesetz der großen Zahl und theoretische Grundbegriffe wie Zufallsexperiment, Wahrscheinlichkeitsraum, Ergebnis und Ereignis sowie die Laplace-Wahrscheinlichkeit.

Der Simulationsvorkurs beginnt mit folgender komplexer Aufgabenstellung zum Vergleich zweier verschiedener Multiple-Choice-Tests:

*Betrachten Sie die folgenden beiden Tests:*

*Test 1 besteht aus 10 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Test 2 besteht aus 20 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Beide Tests sind bestanden, wenn mindestens 60% der Fragen richtig beantwortet sind.*

*Bei welchem der beiden Tests hat ein Prüfling größere Chancen zu bestehen, wenn er nur rät?*

Die Aufgabenstellung lässt sich zu Beginn des Stochastikkurses nicht theoretisch lösen. Allerdings bietet sich eine händische Simulation an, bei der die Beantwortung einer einzelnen Testfrage über einen Münzwurf simuliert wird. Im Anschluss an diese händische Simulation wird dann die Computersimulation mit Fathom eingeführt und erläutert.

Im Anschluss hieran wird das Gesetz der großen Zahl am Beispiel des Münzwurfs empirisch eingeführt. Man betrachtet die sukzessive Stabilisierung der relativen Häufigkeit für „Zahl“ gegen die Wahrscheinlichkeit von  $p = 0,5$ . Auch hier wird sowohl das händische Werfen der Münzen wie auch die Computersimulation in Form zweier vorbereiteter Fathom-Lernumgebungen mit integrierter grafischer Darstellung der Stabilisierung der relativen Häufigkeit eingesetzt.

Die Simulationskompetenzen werden im Folgenden über strukturell sehr einfache Aufgaben zum einfachen und doppelten Würfelwurf gefestigt und erweitert. Hierbei sind die Aufgaben jeweils so gestaltet, dass zu jeder Aufgabe eine kurze Anleitung zum Aufbau der Simulation existiert. Insbesondere enthalten diese Kurzanleitungen auch neu benötigte Fathom-Kommandos, so dass die Schülerinnen und Schüler über die Erarbeitung dieser Würfelaufgaben ihre Simulationskompetenzen sukzessive selbstständig erweitern können. Neben den Simulationskompetenzen werden anhand dieser Würfelaufgaben die oben aufgezählten stochastischen Grundbegriffe eingeführt.

Den Abschluss des Simulationsvorkurses bildet eine arbeitsteilige Gruppenarbeitsphase mit gemischten Aufgabenstellungen. Den Schülerinnen und Schülern stehen insgesamt acht Aufgaben zur Verfügung. Die Aufgaben sind deutlich komplexer und anwendungsorientierter als die zur Erweiterung der Fathom-Kompetenzen gewählten Würfelaufgaben. So sind unter den Aufgabenstellungen unter anderem zwei Erwartungswertaufgaben aus dem Bereich der Glücksspiele, das Entenjagd-Problem, das Geburtstagsproblem und das Sammelbildproblem. Jede Schülergruppe soll mindestens drei der acht Aufgaben bearbeiten, schriftlich ausarbeiten und eine der Aufgaben in Form einer kurzen Präsentation vorstellen. Die Hauptschwierigkeit dieser arbeitsteiligen Gruppenarbeitsphase liegt in der geeigneten Modellierung der stochastischen Problemstellungen als Computersimulation in Fathom. Die Arbeitsgruppen sollen hier möglichst selbstständig die Simulationen entwickeln und in der Lage sein, ihre Ergebnisse schriftlich sowie in Form einer kurzen Präsentation darzustellen.

### 3. Untersuchungsergebnisse

Das Kurskonzept wurde im zweiten Schulhalbjahr 2004/2005 in zwei Mathematik-Leistungskursen an der Jacob-Grimm-Schule in Kassel komplett unterrichtet, einer der beiden Kurse wurde betreut durch den Autor. In diesem Rahmen wurden neben der Unterrichtsbeobachtung und den Kursar-

beiten mehrere Untersuchungen durchgeführt, unter anderem wurden nach jedem der drei Unterrichtsschwerpunkte in beiden Kursen Schülerbefragungen durchgeführt, welche die Einstellung gegenüber dem Kurskonzept sowie eine subjektive Einschätzung der Schülerinnen und Schüler zu ihrem Lernerfolg und zu den Unterrichtsmethoden zum Inhalt hatten. Ferner wurde die Gruppenarbeit bei vier Schülergruppen aus dem Kurs des Autors mit der Software Camtasia aufgezeichnet. Die Software zeichnet die Bildschirmaktivität und simultan hierzu die Gespräche der Gruppe am Computer als Video auf.

Bei der ersten Schülerbefragung im Anschluss an den Simulationsvorkurs zeigt sich eine hohe Akzeptanz des Unterrichtskonzepts wie auch der Software Fathom. Bei der Frage nach der Nutzungsdauer der Software zu Hause geben die mittleren 50% der Schülerinnen und Schüler Zeiten von 2 bis 5 Stunden pro Woche an. Obwohl die Akzeptanz der Software bei den Mädchen etwas geringer ist als bei den Jungen, sind die mittleren häuslichen Nutzungsdauern bei den Mädchen deutlich höher. Bei offenen Fragen zu Stärken und Schwächen der Unterrichtseinheit geben einige Schülerinnen und Schüler an, dass ihnen die theoretische Behandlung der Aufgabenstellungen parallel zur Simulation gefehlt hat. Auf positiver Seite wird die Gruppenarbeit und das selbstständige Arbeiten am Computer hervorgehoben, weiter die Vielfalt der in kurzer Zeit behandelten Fragestellungen.

Anhand der Camtasia-Aufnahmen kann man ein sehr differenziertes Bild über die Software-Benutzung, die Zusammenarbeit in der Gruppe sowie den Umgang mit den Aufgabenstellungen gewinnen. In der arbeitsteiligen Gruppenarbeitsphase zeigt sich ein sehr sicherer Umgang der Schülerinnen und Schüler mit der Software, so dass die Probleme bei der geeigneten Modellierung der stochastischen Aufgabenstellungen liegen. Dies wird gestützt durch die Beobachtung, dass alle Schülergruppen mindestens drei Aufgabenstellungen erfolgreich gelöst haben – einzelne Schülergruppen haben sogar alle Aufgabenstellungen erfolgreich bearbeitet.

#### Literatur:

Biehler, R. (1991). Computers in Probability Education. Chance Encounters: Probability in Education. R. Kapadia and M. Borovcnic. Dordrecht, Kluwer: 169-211.

Biehler, R. (2003). Simulation als systematischer Strang im Stochastikcurriculum. Beiträge zum Mathematikunterricht 2003. Hildesheim, Franzbecker.

Lehrplan Mathematik (Stand 2005). Lehrplan Mathematik - gymnasialer Bildungsgang, Jahrgangsstufe 13, Kultusministerium Hessen.

Seber, G. A. F., C. Wild (2000). Chapter 9 Significance Testing: Using Data to test Hypothesis. A First Course in Data Analysis and Inference. New York, J. Wiley: 368-407.