Henrik MEYER, Universität Hildesheim

Aspekte der numerischen Mathematik in der Schule

Abstrakt

Ziel des Beitrages ist die Wiederaufnahme und Weiterführung der um etwa 1980 begonnenen Bemühungen, numerische Mathematik verstärkt in den Schulunterricht zu integrieren, um offen liegenden Problemen der Schüler im Hinblick auf den kritisch-sinnvollen Umgang mit Zahlen und Größen besser zu begegnen und sie eventuell auf lange Sicht beheben zu können. Es wird dabei auf die Entwicklung und den Stand des numerischen Schulunterrichts zu Beginn der 80er Jahre eingegangen. Bezüglich des heutigen Standes wird eine empirische Untersuchung zur Überschlagsrechnung vorgestellt.

Einleitung

Der Bereich der so genannten Angewandten Mathematik enthält neben den Disziplinen Optimierung, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik u. a. auch ein Teilgebiet, welches sich mit Näherungsverfahren, Näherungswerten oder auch speziell mit der Kontrolle von Rundungsfehlern befasst – die Numerik. Schulmathematisch geht es dabei um den sinnvollen Umgang mit konkreten Zahlen und der bewussten Verwendung des Taschenrechners. Versucht man nun, im Schulunterricht solche Fragen aufzuwerfen und sauber zu diskutieren, ergeben sich zwei didaktische Spannungsfelder, die sich gegenseitig bedingen (vgl. Abbildung 1):

1) Welche Inhalte der numerischen Mathematik sind für die Schüler zur Bewältigung des Schulstoffs relevant, und wie können sie vermittelt werden?

2) Welche Inhalte der numerischen Mathematik ergeben sich demzufolge für die Ausbildung der zukünftigen Lehrer, und welche Konsequenzen hat das für den zu vermittelnden Stoff an deutschen Pädagogischen Hochschulen und Universitäten?

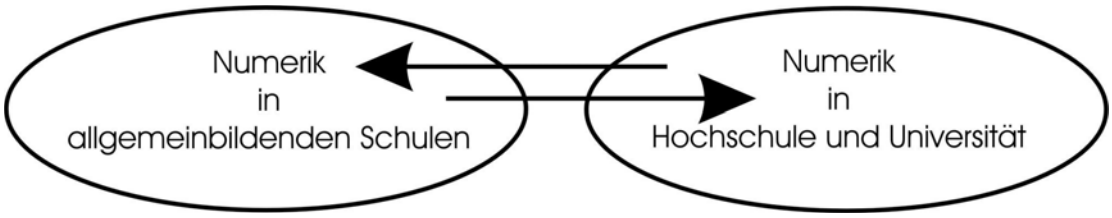


Abbildung 1: Spannungsfelder der Numerik

Numerischer Unterricht in Westdeutschland zu Beginn der 80er Jahre

Etwa um 1980 traten die Probleme der Numerik verstärkt in die mathematikdidaktische Diskussion ein und es wurde in Deutschland die Forderung laut, dass die numerische Mathematik im schulischen Bereich zu integrieren ist. Die Hauptgründe für diese Entwicklung waren:

1) Fortschritte in der elektronischen Datenverarbeitung und das immer weitere Vordringen des Taschenrechners konnten nicht weiter ignoriert werden.
2) Die bisherige Fixierung der Mathematik auf Grundlagenaspekte sollte kompensiert werden.
3) Eine algorithmische Durchdringung der Schulmathematik wurde erst durch Inhalte der numerischen Mathematik ermöglicht.

Richenhagen[1] brachte in diesem Zusammenhang einige Fragestellungen ein, die helfen sollten, ein fachdidaktisches Konzept zu erarbeiten:

1) Was sind die zentralen Denk- und Arbeitsweisen der Numerik?
2) Ist eine integrative oder additive Behandlung der Numerik sinnvoll?
3) Verändert sich die Unterrichtsmethodik bei Berücksichtigung numerischer Inhalte?
4) Wie ist die Numerik in das Gesamtbild der Mathematik einzuordnen?

Für *Blankenagel*[2] sind die zentralen Aspekte der numerischen Mathematik im Schulunterricht weniger inhaltlicher, sondern eher methodischer Natur. Zusammenfassend lässt sich jedoch feststellen, dass die Bemühungen um numerische Mathematik in Westdeutschland kaum Einfluss auf die Schulpraxis hatten.

Numerischer Unterricht in Ostdeutschland zu Beginn der 80er Jahre

Parallel zu den Bemühungen in Westdeutschland, die numerische Mathematik im Unterricht zu forcieren, konnte man Anfang der 80er Jahre in der damaligen DDR eine ähnliche Entwicklung wahrnehmen. Die führende mathematikdidaktische Zeitschrift „Mathematik in der Schule“ brachte vornehmlich in den Jahren 1979-1983 zu diesem Zwecke eine Reihe von Artikeln heraus, die sich mit Problemen der Näherungsrechnung bezüglich des immer weiter Verbreitung findenden Taschenrechners beschäftigten. Es wurde festgestellt, dass viele Schüler bei relativ einfachen Zahlenrechnun-

---

[1] Richenhagen, Gottfried: *Einige Thesen zu einer Didaktik der Numerik*, Numerische Mathematik in der Sekundarstufe II, Curriculum Heft 28, Neuss, 1982

[2] Blankenagel, Jürgen: *Numerische Mathematik im Rahmen der Schulmathematik*, Bibliographisches Institut, Mannheim, Wien, Zürich, 1985

gen versagen, falsche und oftmals völlig unsinnige Ergebnisse kritiklos akzeptieren oder elementare Anforderungen wie die Subtraktion zweier rationaler Zahlen oder die Umwandlung von Einheiten nicht zu erfüllen vermögen[3]. Allgemein wurde bemängelt, dass die Sicherheit im Rechnen bei vielen Schülern und Klassen noch nicht im gewünschten Maße vorhanden war. Dabei erkannte man, dass streng geprüft werden muss, zu welchen Stoffgebieten und mit welchem Ziel sich die Nutzung des Taschenrechners als sinnvoll erweist und wo sein Einsatz nicht richtig ist. Man versuchte aufzuzeigen, dass durch die Existenz und Verwendung von elektronischen Taschenrechnern das Rechnen-Können der Schüler nicht etwa überflüssig wird, sondern in einzelnen Komponenten sogar noch an Bedeutung gewinnen muss.

Eine empirische Untersuchung zur Überschlagsrechnung im Raum Hildesheim

Im Zusammenhang mit der Konzeption einer Lehrveranstaltung zur numerischen Mathematik an der Uni Hildesheim haben wir etwa 1000 Schüler aus Hauptschule, Realschule und Gymnasium und ca. 230 Studenten des Lehramtes Mathematik anhand des Arbeitsblattes aus Abbildung 2 getestet. Die Aufgaben stammten aus empirischen Untersuchungen, die in den 80er Jahren schon einmal durchgeführt wurden und für die bereits gesicherte Ergebnisse vorliegen:

Löse alle drei Aufgabenteile ohne Taschenrechner!

1. Teil) In den folgenden drei Aufgaben sind die Ziffernfolgen der Ergebnisse schon ausgerechnet. Setze das Komma jeweils an die richtige Stelle!

90122 + 365908 + 61100	=	517130000
123,6 · 9876,50	=	1220735400
224 : 0,16	=	140000

2. Teil) Gib einen sinnvollen Überschlag an!

a) $12{,}5^2 \approx$ b) $0{,}35^2 \approx$ c) $0{,}006^2 \approx$

3. Teil) Was ist ein sinnvoller Überschlag für $\sqrt{0{,}9}$?

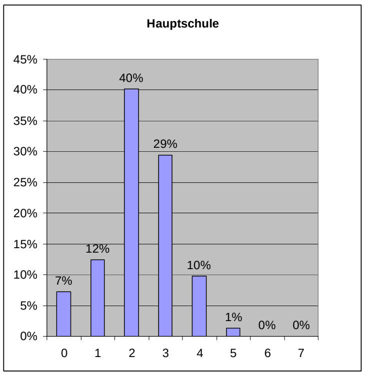
A) 1 B) 0,3 C) 0,45

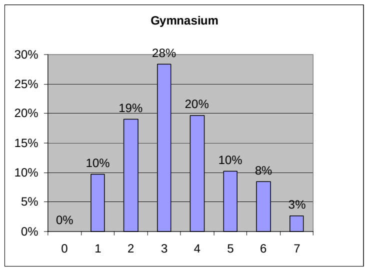
Abbildung 2: Arbeitsblatt zur Überschlagsrechnung

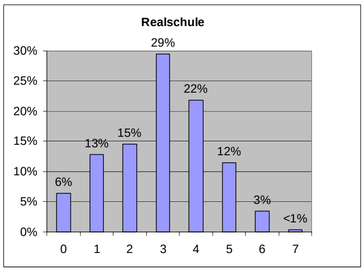
[3] Fanghänel, Günter / Flade, Lothar: *Zur Bedeutung des Rechnen-Könnens für die mathematische Allgemeinbildung*, in: Mathematik in der Schule, Heft 10, S. 524-531, Verlag Volk und Wissen, Berlin, 1979

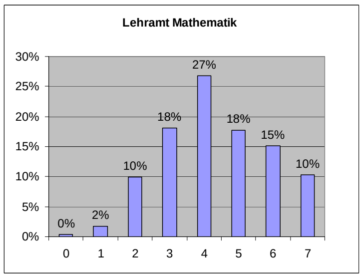
Die Auswertung der Testbögen ergibt die folgenden Diagramme:

Sie stellen bis auf das Lehramt Mathematik jeweils Längsschnitte durch vier Schuljahre der aufgeführten Schulstufen dar, also Klasse 7, 8, 9 und 10. Wie erwartet, schließen die Hauptschulen am schlechtesten ab. 60% aller Schüler haben 2 und weniger richtige Ergebnisse. Alle 7 Aufgaben bzw. wenigstens 6 Aufgaben richtig hat keiner, 5 Aufgaben kaum. Eine Verschiebung lässt sich dann deutlich zum Realschulzweig und weiter zur gymnasialen Stufe erkennen. Bemerkenswert ist, dass auch in diesen beiden Schulformen etwa 60% der Schüler 3 und weniger Punkte haben. Insgesamt schneiden die Gymnasien etwas besser ab. Die nächste Verschiebung ergibt sich zum Lehramt Mathematik;
etwa 60% der Studierenden haben jedoch nur 4 (!) und weniger Punkte.









Die typischen Fehler lagen bei allen untersuchten Schülern und Studenten hauptsächlich im allgemeinen Zahlenverständnis.

Schlussfolgerungen

1) Die Ergebnisse im Berechnen der Überschläge haben sich im Vergleich zu den Untersuchungen von *Wynands und Wickmann*[4] und auch zu *Flade und Walsch*[5] deutlich verbessert.
2) Von ausreichendem Verständnis kann jedoch weder bei Schülern noch bei den zukünftigen Mathematiklehrern die Rede sein.
3) Eine verstärkte Förderung dieser Fähigkeiten an Schule und Universität ist zu überdenken.

---

[4] Wynands, Alexander / Wickmann, Dieter: *Rechenfertigkeit und Taschenrechner Istzustand 1979/80*, in: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 12, S.162-166, 1980

[5] Flade, Lothar / Walsch, Werner: *Taschenrechner im Mathematikunterricht*, Wissenschaftliche Zeitschrift der Universität Halle, S. 105-116, Jahrgang XXXIII, 1984