

Carla MERSCHMEYER-BRÜWER, Bielefeld

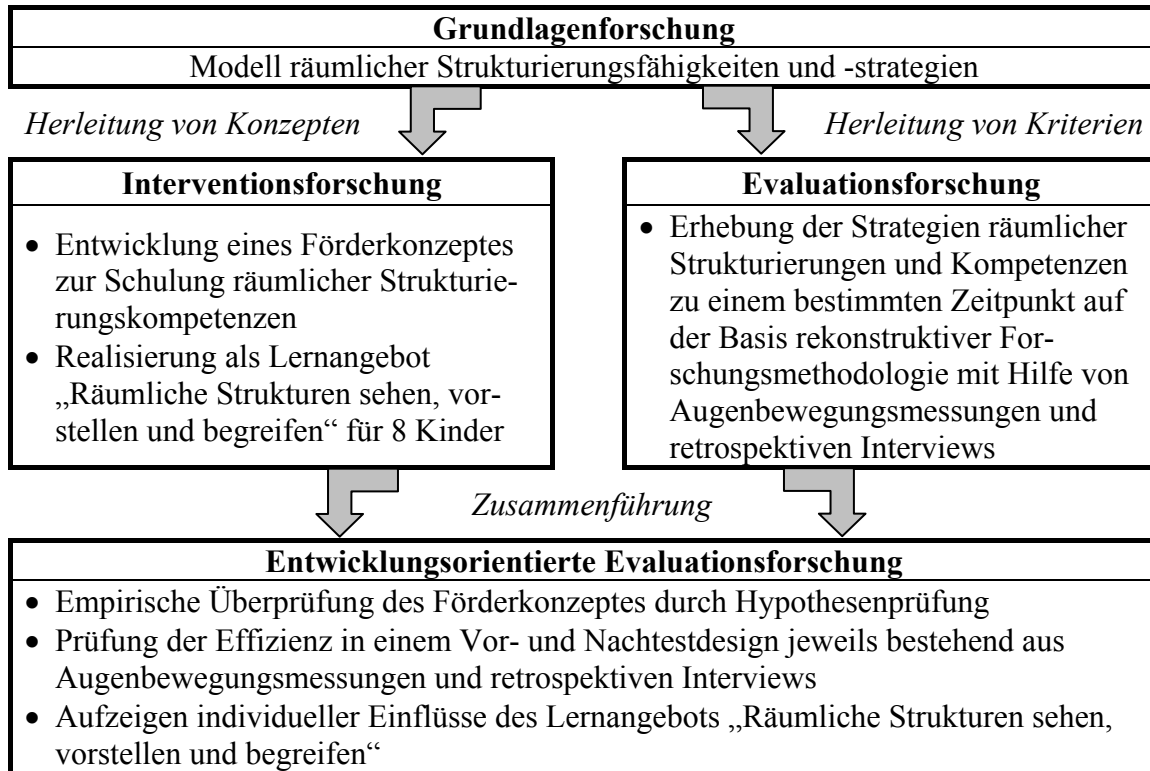
„Ich habe erst diese Würfel gezählt und dann immer zwei dazu getan.“ – Zum Zusammenhang von räumlichem Vorstellungsvermögen und Rechenfertigkeiten bei der Strukturierung von Würfelbauwerken

Kinder mit Rechenstörungen haben besondere Schwierigkeiten, wenn räumliche Vorstellungen mit Anzahlbestimmungen verknüpft werden müssen, wie es z. B. bei der Bestimmung der Anzahl an Würfeln in bildlich präsentierten Würfelbauwerken der Fall ist. So registriert und zählt Timon, ein Junge von 9;5 Jahren, bei Aufgaben dieser Art fast alle Würfel einzeln, aber stangenweise. Er bevorzugt dabei senkrechte Stangen. Um sich die in der Tiefe eines Bauwerks verdeckten Würfel vorstellen zu können (Tiefendecodierung), zählt Timon diese an strukturell analog angeordneten, jedoch im Bild sichtbaren Würfeln ab. Die Koordination seiner Strukturierungsschritte gelingt ihm noch bei dem Aufgabenformat Würfelbauwerke, jedoch nicht mehr bei Aufgaben, die das mentale Ergänzen von Bauwerken zu Quadern erfordern (Aufgabenformat Schachteln). Timon zeigt wenig bis keine Ansätze zu simultaner oder quasi-simultaner Erfassung der Anzahl an Würfeln. Er zählt in Einerschritten in Kombination mit schrittweisem Zählen in kleinen Schritten bis vier. Schrittweises Addieren fällt Timon zudem noch schwer. Ein Verständnis für die Multiplikation fehlt ihm. In Konsequenz müssen Timons räumliche Strukturierungskompetenzen gefördert werden mit den Zielen, komplexe Subeinheiten aus Würfeln zu bilden, sowie Timons Tiefendecodierung, seine Simultan- und Quasi-Simultanerfassung und seine Sicherheit im Ausführen begleitender grundlegender Rechenoperationen, insbesondere der Multiplikation, zu verbessern.

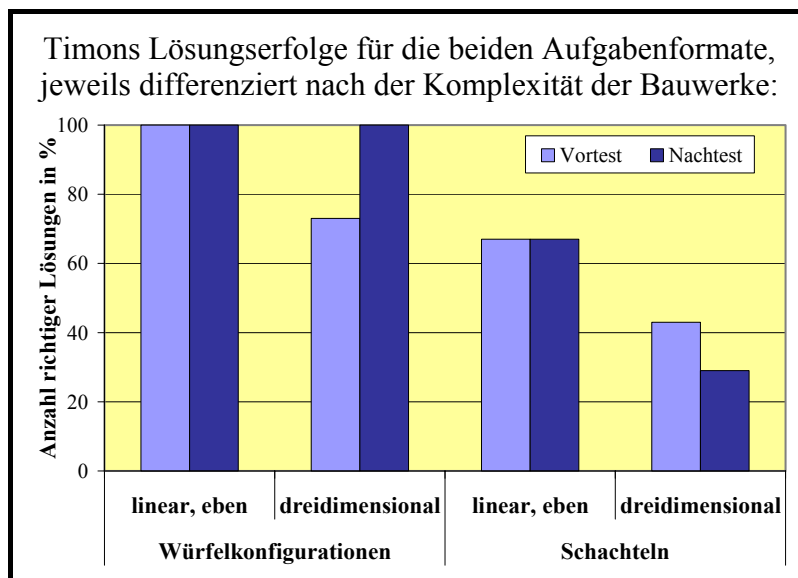
Zur Förderung räumlicher Strukturierungskompetenzen (Merschmeyer-Brüwer 2003), wie sie für solche Aufgaben benötigt werden, wurde deshalb das Lernangebot „Räumliche Strukturen sehen, vorstellen und begreifen“ entwickelt (vgl. Merschmeyer-Brüwer 2005), das sich nicht nur an Kinder mit Rechenstörungen sondern auch an mathematisch leistungsfähige Kinder wendet. Im Rahmen einer Studie, die als entwicklungsorientierte Evaluation (vgl. Übersicht zur Konzeption, s. u.) angelegt ist, wurde dieses Lernangebot realisiert. An der Studie haben 8 Schülerinnen und Schüler (7 der Klasse 4, einer der Klasse 3) teilgenommen, davon 6 mit guten Leistungen sowie 2 mit nur geringen Leistungen in Mathematik, darunter auch Timon. Die Förderung wurde in Interviews mit je zwei Kindern wöchentlich einmal über einen Zeitraum von 8 bis 9 Wochen durchgeführt. Die Kinder erarbeiteten dabei die Aufgaben des Lernangebots in Partnerarbeit.

Die Evaluation erfolgte individuell für jedes Kind in einem Vor- und Nachtest mit jeweils 15 Aufgaben des Formats Würfelbauwerke und 10 Aufgaben des Formats Schachteln (zu den Aufgaben vgl. Merschmeyer-Brüwer 2005).

Konzeption der Studie als entwicklungsorientierte Evaluation:



Nach der Förderung hat sich Timons Lösungserfolg bezogen auf das Aufgabenformat Würfelbauwerke (von 80 auf 100%) verbessert, während sein Lösungserfolg beim Aufgabenformat Schachteln (von 50 auf 40%) zurückgeht.



Auffällig ist, dass Timon nach der Förderung Aufgaben zu Würfelkonfigurationen, die eine dreidimensionale Anordnung aus Würfeln darstellen, erfolgreicher löst, während er die entsprechenden Aufgaben zu Schachteln deutlich schlechter löst.

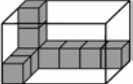
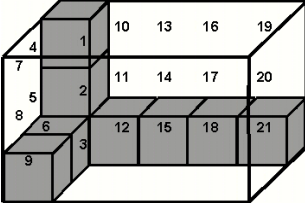
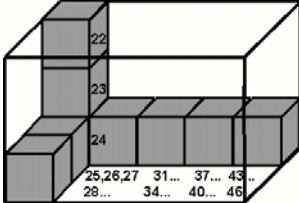
Auch wenn Timon nach der Förderung eine quantitative Verschlechterung seines Lösungserfolgs (beim Aufgabenformat Schachteln) zeigt, so ist dennoch eine qualitative Verbesserung seiner Strategien bei beiden Aufgabenformaten festzustellen. Bei der Bearbeitung des Aufgabenformats Würfelaufbauwerke bezieht sich Timon vor der Förderung ausschließlich auf basale rekonstruktionswirksame räumliche Strukturierungsstrategien, die wesentlich auf Erfassen und Zählen von Einzelwürfeln basieren. Nach der Förderung wendet Timon dagegen sehr erfolgreich evolvierte Strategien an, die gekennzeichnet sind von Ansätzen zur simultanen Erfassung komplexer Subeinheiten und Anwendung höherwertigen Rechenoperationen. Einen solchen signifikanten Strategiewechsel von einer Strukturierung in Einzelelemente zur Bildung komplexer Einheiten vollzieht Timon für 7 von 15 Aufgaben zu Würfelkonfigurationen. In weiteren 5 dieser 15 Aufgaben entwickelt er zumindest seine Strukturierung in Einzelwürfel qualitativ fort. Nur bei zwei Aufgaben behält Timon unverändert seine ursprüngliche Strategie bei, während er bei einer Aufgabe auf eine weniger evolvierte Strategie des Zählens von Einzelelementen zurückfällt.

Bei dem Aufgabenformat Schachteln wählt Timon nach der Förderung – zwar mit noch geringem Erfolg – Strategien einer Strukturierung in Einzelwürfel. Er wendet sich damit jedoch (für 6 von 10 Aufgaben) ab von nicht rekonstruktionswirksamen Strategien, die sich ausschließlich an sichtbaren dreidimensionalen Elementen ohne mentale Rekonstruktion in der Tiefe liegender Elemente orientieren. Insgesamt fällt Timon dieses Aufgabenformat nach wie vor besonders schwer, insbesondere weil die Anforderungen an die mentale Rekonstruktion besonders hoch sind.

Zum Bild einer 4x3x3-Schachtel, zu der Timon im Vortest nur bemerkt „Ich habe erst diese Würfel gezählt und dann immer zwei dazu getan“ und dann abbricht, artikuliert Timon im Interview des Nachtests dann eine Strategie, die einem Strukturieren in Einzelwürfel bei einer Stange und Identifikation dazu strukturgleicher Stangen in Kombination mit Weiterzählen durch wiederholtes Zählen in derselben Stange besteht. Dieses Verfahren wiederholt er so oft, wie strukturidentische Stangen in der Würfelkonfiguration vorhanden sind.

Diese qualitativen Modifikationen seiner Strukturierungsstrategien weisen hin auf verbesserte Kompetenzen einer räumlichen Strukturierung. So benötigt Timon nach der Förderung für die mentale Rekonstruktion nicht mehr so deutlich den Rückbezug auf sichtbare strukturgleiche Elemente. Timon nutzt in Ansätzen Simultanauffassung, seine Kompetenz ist aber für die gewählten Aufgabenformate auf drei Einzelelemente begrenzt. Er ist aber nun in der Lage, auch mehrere Würfel als Stange zu erfassen, diese

schrittweise in Schichten als übergeordnete Struktur anzuordnen und die Würfelanzahl durch schrittweises Addieren zu bestimmen. Timon zeigt zwar Ansätze, räumliche Anordnungen im Sinne einer multiplikativen Struktur zu erfassen. Er hat aber die Multiplikation als Rechenoperation im Sinne einer Verkürzung der wiederholten Addition auch nach der Förderung noch nicht verstanden.

Zeit 0:07:55 0:09:11	Protokoll des Re-Interviews im Nachtest	Beschreibung des Lösungsverhaltens von Timon zu dem Bild 
<p>0:07:55</p> <p>0:07:58</p> <p>0:08:27</p> <p>0:08:45</p> <p>0:09:11</p>	<p><i>Und wie viele Würfel passen in diese Schachtel, Timon?</i></p> <p>Mm ... hab auch gezählt. <i>Kannst du das erklären? Wie zählst du denn, mach mal!</i></p> <p>Eins, zwei, drei; vier, fünf, sechs; sieben, acht, neun. <i>Hmm.</i></p> <p>Zehn, elf, zwölf; 13, 14, 15; 16, 17, 18; 19, 20, 21.</p> <p>... 22, 23, 24; ... 25, 26, 27; 28, 29, 30. ...</p> <p>Dann ... 31, 32, 33; 34, 35, 36; 37, 38, 39; ... 39, 40, 41, 42; 43, 44, 45; 46, 47, 48.</p>	<p>Timon strukturiert das Bauwerk in z-Dreierstangen und zählt diese schrittweise ab. Dabei tippt er mit dem Zeigefinger der rechten Hand jeweils auf entsprechende Stellen im Bild. Er orientiert sich dabei zunächst an den sichtbaren Würfeln der linken 3x3-yz-Schicht und der an der Rückseite gelegenen 5x3-xz-Schicht.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>Bei „22, 23, 24“ zählt er 3 Würfel doppelt, die er mit „10, 11, 12“ bereits erfasst hatte. Ab „25, 26, 27“ tippt er jeweils dreimal auf die gleichen Stellen, also beginnend mit „28... 31 ...“. Aufgrund der drei doppelt gezählten Würfel ist sein Ergebnis von 48 um 3 zu groß.</p>

Die Kompetenzen einer mentalen Strukturierung (Strukturierungskomplexität, Tiefendecodierung und Strukturierungskoordination) hängen von den Kompetenzen zur Anzahlbestimmung (Anzahlerfassung, Abzählen) ab. Sind numerische Kompetenzen unzureichend ausgebildet, dann können Kinder evolvierte räumliche Vorstellungskompetenzen für räumliche Strukturierungen nicht nutzen und bleiben deshalb in der Anwendung und Artikulation ihrer räumlichen Strukturierungskompetenzen hinter ihren potentiellen Möglichkeiten zurück. Eine Förderung zur räumlichen Strukturierung bietet eine Möglichkeit zur Verbesserung basaler numerischer Kompetenzen.

Literatur:

Merschmeyer-Brüwer, C. (2003). Räumliche Strukturen - kinderleicht? *Grundschulunterricht*, Heft 6, S. 39-48.

Merschmeyer-Brüwer, C. (2005): Räumliche Strukturen "begreifen" - Fördermöglichkeiten in der Grundschule?! *Beiträge zum Mathematikunterricht*, Franzbecker, Hildesheim.