

Martina KLEINHEINRICH, Essen

Hypothesen über die Sonnenbahn als Gegenstand des Geometrieunterrichts

Der Entwurf einer Unterrichtsreihe für den Geometrieunterricht der 10. Jahrgangsstufe wird vorgestellt. Der Planung der Unterrichtsreihe lagen zwei Ziele zugrunde:

1. Die Unterrichtsreihe soll eine umfassende Modellierungs- bzw. Anwendungsaufgabe zur Geometrie beinhalten.
2. Die wissenschaftliche Methode, d.h. das Aufstellen, Überprüfen und ggfs. Abändern von Hypothesen soll explizit thematisiert werden (vgl. Beitrag „Beweise und Hypothesen“ von Niels Jahnke).

Gegenstand der Unterrichtsreihe ist die Beschreibung der Sonnenbahn um die Erde. Dieses Thema eignet sich besonders gut, da zur Beschreibung der Sonnen- bzw. Erdbahn verschiedenste Hypothesen geläufig sind, zum Beispiel: die Erde dreht sich um die Sonne, die Sonne dreht sich um die Erde, die Bahn ist kreisförmig, die Bahn ist ellipsenförmig. Jede dieser Beschreibungen kann – abhängig vom Kontext – sinnvoll sein.

Andererseits ist aber keine der Beschreibungen „richtig“ in dem Sinne, dass sie die Realität exakt wiedergibt.

Der Unterrichtsreihe liegt eine Beschreibung des Griechen Hipparch (ca. 190-120 v. Chr.) zugrunde. Hipparch nahm an, dass sich die Sonne auf einer Kreisbahn um die Erde bewegt. Diese Hypothese überprüfte und verbesserte er durch Vergleich der vorhergesagten und beobachteten Dauern der Jahreszeiten.

Die Unterrichtsreihe

Den Einstieg bildet eine Sammlung des Vorwissen der Schülerinnen und Schüler (SuS) bzgl. der Bahn von Erde bzw. Sonne sowie zur Entstehung und Merkmale der Jahreszeiten. Vermutlich „wissen“ die SuS bereits, dass sich die Erde auf einer Ellipsenbahn um die Sonne bewegt, so dass bereits thematisiert werden kann, ob bzw. unter welchen Umständen es erlaubt ist, die Erdbahn als kreisförmig zu beschreiben. Außerdem kann thematisiert werden, ob sich die antiken Griechen mit der Annahme, dass sich die Sonne um die Erde drehe, „geirrt“ haben.

Die anfänglichen Hypothesen von Hipparch lauten:

Hypothese 1: Die Sonne bewegt sich im Laufe eines Jahres auf einem Kreis um die feststehende Erde, dessen Mittelpunkt im Zentrum der Erde liegt.

Hypothese 2: Die Sonne bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit.

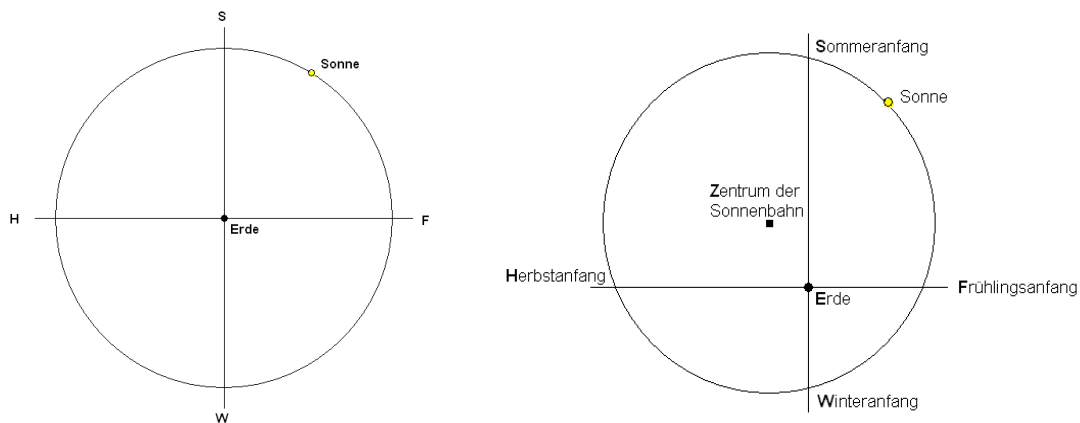


Abbildung 1: Skizze der Sonnenbahn um die Erde entsprechend der Hypothesen 1 und 2 (links) bzw. entsprechend der Hypothesen 1' und 2 (rechts)

Außerdem wird den SuS mitgeteilt, dass Hipparch bereits aus seinen Beobachtungen wusste, dass sich die Position der Sonne während einer Jahreszeit um genau 90° ändert. (Tatsächlich ist das kein reines Beobachtungsergebnis, sondern folgt zwangsläufig aus den Entstehungsbedingungen der Jahreszeiten.) Eine Skizze der Sonnenbahn gemäß der beiden Hypothesen ist in Abbildung 1 dargestellt, die Sonnenpositionen zu den Jahreszeitenanfängen sind mit F, S, H und W markiert. Als Vorhersage ergibt sich aus den Hypothesen, dass jede Jahreszeit genau 91,25 Tage dauert (1 Jahr = 365 Tage). Andererseits kann man aus der astronomischen Literatur die Jahreszeitenanfänge entnehmen; auf einen halben Tag genau sind diese für das Jahr 2004/05: 20.3.2004 12 Uhr, 21.6.2004 0 Uhr, 22.9.2004 12 Uhr, 21.12.2004 12 Uhr und 20.3.2005 12 Uhr. Daraus ergeben sich folgende Längen der Jahreszeiten: Frühling 92,5 Tage, Sommer 93,5 Tage, Herbst 90 Tage, Winter 89 Tage.

Der Widerspruch zwischen den Voraussagen der Hypothesen 1 und 2 und den tatsächlichen Dauern der Jahreszeiten und mögliche Auflösungen des Widerspruches werden mit den SuS diskutiert. Weitergearbeitet wird dann mit den geänderten Hypothesen von Hipparch:

Hypothese 1': Die Sonne bewegt sich im Laufe eines Jahres auf einem Kreis um die feststehende Erde, dessen Mittelpunkt **nicht** im Zentrum der Erde liegt.

Hypothese 2: Die Sonne bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit. Daran, dass sich die Sonne während einer Jahreszeit um 90° weiterbewegt, ändert sich nichts.

Um die SuS mit dieser ungewohnten Beschreibung vertraut zu machen, können einige Beispiele betrachtet werden, bei denen die Sonnenbahn, die Position der Erde und die Sonnenposition zu Frühlingsanfang vorgegeben sind und dann die Sonnenpositionen zu Sommer-, Herbst- und

Winteranfang bestimmt werden sollen (vgl. Abbildung 1). Schließlich soll in zwei Schritten die Position der Erde relativ zum Mittelpunkt der Sonnenbahn für die oben genannten Daten berechnet werden (vgl. Abbildung 2):

1. Es wird nur benutzt, dass das Sommerhalbjahr (also Frühling + Sommer) 7 Tage länger dauert als das Winterhalbjahr bzw. 3,5 Tage länger als ein Halbjahr. Also muss der Frühlingsanfang 1,75 Tage früher bzw. der Herbstanfang 1,75 Tage später erreicht werden als es aus der ursprünglichen Hypothese 1 folgen würde. Setzt man den Radius der Sonnenbahn gleich 1, dann erhält man $|\overline{ZE}| = \sin(\angle F'ZF)$.
2. Nun wird auch benutzt, dass Sommer bzw. Herbst jeweils 1 Tag länger dauern als Frühling bzw. Winter. Die Bogenstücke SS' bzw. WW' werden also in jeweils 0,5 Tagen durchlaufen. Die Position der Erde relativ zu Z ergibt sich zu $(\sin(\angle S'ZS) | -\sin(\angle F'ZF)) \approx (0,01 | -0,03)$.

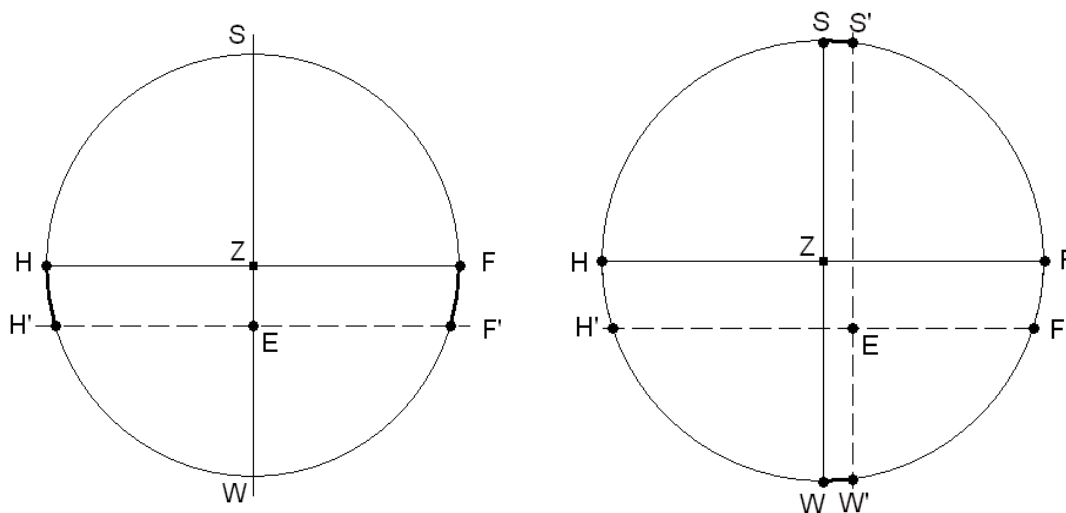


Abbildung 2: Bestimmung der Sonnenpositionen F' , S' , H' und W' zu den Jahreszeitenanfängen gemäß der Hypothesen 1' und 2, ausgehend von Abbildung 1 links. Linke Seite: nur die Differenz zwischen Sommer- und Winterhalbjahr wird beachtet. Rechte Seite: die linke Abbildung wird so verändert, dass der Sommer länger als der Frühling bzw. der Herbst länger als der Winter wird.

Nachdem die Verschiebung der Erde bzgl. des Zentrums der Sonnenbahn eindeutig berechnet wurde, werden Vorhersagen aus dem Modell abgeleitet und mit Beobachtungsdaten verglichen. Beobachtbar ist z.B. der Winkel α , der von der Erde aus gesehen zwischen der aktuellen Sonnenposition P und der Sonnenposition zu Frühlingsanfang F' liegt (vgl. Abbildung 3). Dieser Winkel soll von den SuS für 4 verschiedene Daten (je Jahreszeit ein Datum) berechnet werden. Für den 1.5.2004 12 Uhr erhält man z.B. (vgl. Abbildung 3): der Bogen $F'P$ wird in 42 Tagen bzw.

der Bogen FP in 40,25 Tagen durchlaufen, also ist

$\angle FZP = \frac{40,25}{365} \cdot 360^\circ \approx 39,7^\circ$. Bezüglich Z hat P daher die Koordinaten

$(\cos(39,7^\circ) | \sin(39,7^\circ))$ und bzgl. E die Koordinaten

$(\cos(39,7^\circ - 0,01) | \sin(39,7^\circ) + 0,03) \approx (0,76 | 0,67)$. Also ist

$\alpha = \arctan\left(\frac{0,67}{0,76}\right) \approx 41,4^\circ$. In astronomischen Tabellenwerken findet man

dagegen $\alpha = 41,2^\circ$. Führt man diesen Vergleich außerdem für den 1.8.2004, 1.11.2004 und 1.2.2005 durch, findet man Abweichungen bis zu $0,6^\circ$ zwischen den Vorhersagen von Hipparchus Modell und den Beobachtungen (bzw. Berechnungen der Astronomen). Diese kleinen, aber vorhandenen Differenzen werden benutzt, um mit den SuS den Wert von Hipparchus Modell bzw. die Gültigkeit der Hypothesen 1' und 2 zu diskutieren.

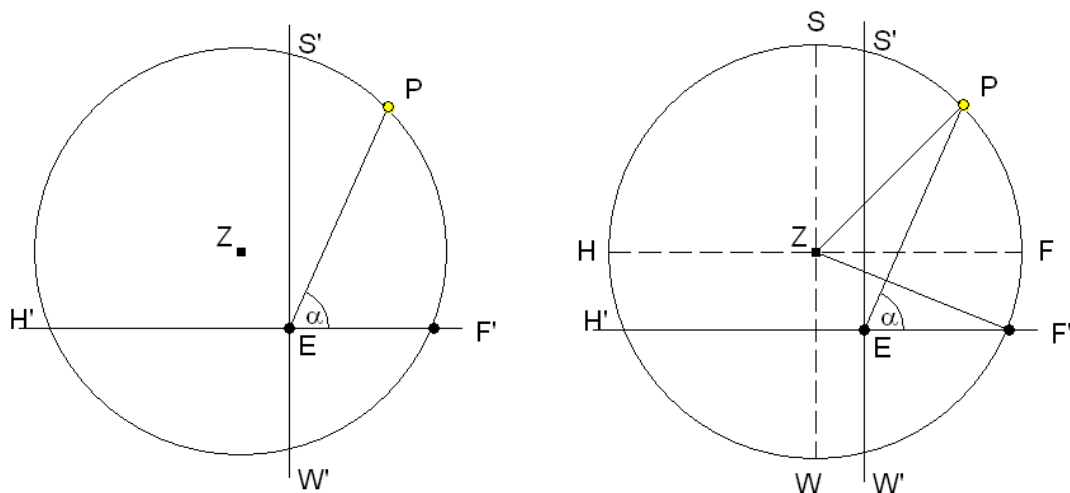


Abbildung 3: Der Winkel α , der von der Erde aus gesehen zwischen aktueller Sonnenposition P und der Sonnenposition zu Frühlingsanfang F' liegt, kann einerseits aus dem Modell berechnet werden und andererseits von Astronomen gemessen werden.

Weiterführende Informationen

Details zur Unterrichtsreihe (z.B. Hintergrundinformationen, Arbeitsblätter) können von der Autorin angefordert werden. Lehrende, die die Unterrichtsreihe durchführen möchten, werden herzlich gebeten, ihre Erfahrungen der Autorin mitzuteilen. Die Autorin ist erreichbar unter der Email-Adresse martina.kleinheinrich@uni-due.de.