

Schriftliches Rechnen – ein mathematikdidaktisches Thema mit methodischer Öffnung?

1. Begründungszusammenhang des Themas

Die schriftlichen Rechenverfahren sind ein traditionelles Thema der Grundschulmathematik, dessen Behandlung im Unterricht der Klassen 3 und 4 für uns außer Frage steht. Wenn wir uns diesem Inhalt unter dem besonderen Fokus einer methodischen Öffnung nähern, ist es einleitend wichtig zu klären, was wir unter methodischer Öffnung verstehen. Nach unserer Auffassung betrachten wir die schriftlichen Rechenverfahren – im Beitrag speziell das schriftliche Subtrahieren – als einen Inhalt, der durchaus Potenzen in sich birgt, eine fachlich begründete Öffnung seiner Behandlung im Unterricht zu betonen. In diesem Zusammenhang weisen wir gleichzeitig darauf hin, dass wir mit unseren Ausführungen kein Plädoyer für ein bestimmtes Subtraktionsverfahren halten wollen, denn für jedes können wir Vor- und Nachteile finden, die dafür oder eben dagegen sprechen, ein bestimmtes Verfahren gegenüber anderen den Vorzug zu geben (u.a. Padberg 2002, S. 167 ff.¹).

Grundthese unseres Beitrages ist, Lehrerinnen und Lehrer im Erarbeitungs- bzw. Vermittlungsprozess der schriftlichen Subtraktion für eine Stimmigkeit zwischen Sachsituation – Tun (als handelnder Zugang) – Erklären (als begleitende Sprechweise zur Handlung und zur Rechnung) – Aufschreiben (als Protokollierung des handelnden Zuganges zum Rechenweg) zu sensibilisieren. Die Passung zwischen diesen Repräsentations- und Tätigkeitsformen ist nach unserer Auffassung für eine verständnisbasierte Erarbeitung der Verfahren notwendig. Wenn wir eine Stimmigkeit zwischen der Sachsituation, dem methodischen Tun, der entsprechenden Erklärung und dem Aufschreiben fordern, dann verbinden wir damit die Hoffnung, dass sich Lehrerinnen und Lehrer mit einem stärkeren Bewusstsein bzgl. dieser Tätigkeits- oder Repräsentationsformen für ein bestimmtes Vorgehen im Unterricht entscheiden. Um die Forderung vieler Lehrpläne und Rahmenrichtlinien sowie der Bildungsstandards der KMK umzusetzen, die schriftlichen Verfahren *verständnisbasiert* einzuführen, bekräftigen wir die Bedingung, dass die Erarbeitung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion auf einem inhaltlichen Verständnis der einzelnen Arbeitsschritte des Algorithmus beruhen muss. Dabei gehen wir von der Annahme aus, dass ein inhaltliches Verstehen dann Erfolg versprechender aufzubauen ist, wenn es zwischen

¹ Padberg, F. (2002): Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Spektrum, S. 167 ff.

den o.g. Repräsentations- und Tätigkeitsformen sowie ihrer sprachlichen Begleitung eine Übereinstimmung gibt, d.h. wenn beispielsweise das Verfahren durch die Materialhandlungen abgebildet wird bzw. aus ihnen hergeleitet werden kann. In der Umkehrung könnte man auch sagen, dass bei Unstimmigkeiten zwischen den Repräsentations- und Tätigkeitsebenen im Zusammenhang mit ihrer sprachlichen Erläuterung der Aufbau eines Verständnisses des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion auf das Umgehen mit Ziffern reduziert und somit in seiner Gesamtheit eingeschränkt oder behindert wird. Das heißt jedoch nicht, dass die Kinder nicht subtrahieren können. Viele können es sehr wohl, aber sie sind beispielsweise nicht in der Lage zu erklären, wo bei einer Aufgabe wie $536 - 349$ an der Einerstelle die 16 „herkommt“, bis zu der sie rechnen müssen.

Es ist Aufgabe der Lehrerinnen und Lehrer, mit den Kindern die schriftliche Subtraktion zu erarbeiten. Ob dafür ein Verfahren herangezogen wird und wenn, dann welches oder ob für verschiedene Kinder verschiedene Subtraktionsverfahren benutzt werden, um sie ihnen verständlich zu erklären, diese Entscheidungen liegen im Verantwortungsbereich jeder Lehrerin bzw. jedes Lehrers (Siemens, B. u.a. 1998, S. 20 – 21²).

Wir verfolgen das Anliegen, aus didaktischer Sicht auf bestimmte Phasen im Erarbeitungs- bzw. Vermittlungsprozess aufmerksam zu machen, die wir für die Gestaltung des Lernprozesses unter Berücksichtigung oben angeführten Grundthesen für fundamental notwendig halten.

Die einführend kurz skizzierten Annahmen haben sich für uns im Ergebnis der Auswertung einer Studie zur schriftlichen Subtraktion verstärkt, aus der wir kurz dessen methodisches Herangehen sowie ausgewählte Ergebnisse referieren wollen.

2. Kurzbeschreibung zum Design der Studie

Für die Untersuchung kombinierten wir zwei unterschiedliche Zugänge: Als eine Herangehensweise wählten wir das leitfadengestützte Interview, dessen Ziel es war, durch die Gespräche mit Lehrkräften einen Einblick in Erklärungen für bestimmte unterrichtliche Vorgehensweisen im Zuge der Erarbeitung der schriftlichen Subtraktion zu gewinnen. Als zweites Verfahren wurden Unterrichtsmitschauen in den ersten aufeinander folgenden Stunden im Prozess der Erarbeitung des schriftlichen Rechenverfahrens gewählt, die protokolliert wurden.

² Siemens, B./ Bluhmt, A./ v. Knebel, T. (1998): Erste Erfahrungen mit dem Abziehverfahren.- In: Grundschulzeitschrift, 12. Jg., Heft 119, S. 20 – 21

Für die Interviews mit den Lehrkräften wurden 15 Grundschulen des Landes Thüringen per Zufall ausgewählt. In der Zeit von Mitte Januar bis Ende Februar 2005 wurden Gespräche mit den Lehrerinnen und Lehrern 3. Klassen geführt. Der Eindruck aus den Gesprächen mit Thüringer Lehrkräften wurde durch Interviews mit 4 Lehrenden aus Rheinland-Pfalz ergänzt.

Um zu erfassen, wie die Lehrerinnen und Lehrer das schriftliche Verfahren der Subtraktion im Unterricht erarbeiten, wurde in den ersten Unterrichtsstunden zur Behandlung dieses Verfahrens hospitiert. Insgesamt konnten in die Auswertung 43 Unterrichtsprotokolle von 15 verschiedenen Lehrkräften einbezogen werden.

3. Ausgewählte Ergebnisse der Untersuchung zur Behandlung des schriftlichen Verfahrens der Subtraktion

Um der eingangs formulierten These nachzugehen, konzentrierten wir uns in der Auswertung auf einen Vergleich zwischen der im Unterricht benutzten Sachsituation, der Veranschaulichung, der angewandten Übertragstechnik und der erklärenden Sprechweise. Diese Analyse ergab sowohl im Ergebnis der ausgewerteten Interviews als auch der protokollierten Unterrichtsstunden folgende Gruppierungen, die wir jeweils beispielhaft illustrieren:

a) *Übertragstechnik und erläuternde Sprechweise **passen zusammen***

Zwei der interviewten Lehrerinnen konnten das Ergänzungsverfahren mit Erweitern vollständig und angemessen erklären. Durch die Schilderung ihres Vorgehens in der Einführungsstunde sowie der eigenen Sprechweise zur Erklärung des Rechenverfahrens im Interview wurde deutlich, dass sie die Übertragstechnik des Erweiterns bzgl. ihrer grundlegenden Einsicht darstellen konnten. Sie wiesen jeweils auf das Gesetz von der Konstanz der Differenz hin und stellten heraus, dass diese anspruchsvolle abstrakte mathematische Grundlage für Schüler einsichtig und klar sein muss, um die Übertragstechnik verstehen zu können. Außerdem wiesen diese Lehrkräfte darauf hin, in ihrem Unterricht Einsichten in das Stellenwertprinzip zu vermitteln, um die Gleichwertigkeit von zehn Einern mit einem Zehner herauszustellen.

b) *Übertragstechnik und erläuternde Sprechweise **passen nicht zusammen***

Bei der Erklärung des Übertrages wurde deutlich, dass einige Lehrkräfte verschiedene Techniken vermischen: Anfangs nutzen sie das Verfahren des Entbündelns, um aus der gegebenen Ziffer des Minuenden durch Hinzufügen von Zehn an der jeweiligen Stelle eine Zahl zu machen, die eine lösbare Ergänzungsaufgabe ergibt. Dieses Hinzufügen der zehn Einer, Zehner oder auch Hunderter – je nach der Stelle des Übertrages – wird auch mit

dem Vokabular des Entbündelns oder Verwandeln umschrieben (z.B. „wir borgen uns einen Zehner“, „wir mopsen einen Zehner von hier“, „wir nehmen uns 10 von hier vorn“). Die Ergänzungsaufgabe wird gelöst und der fehlende Betrag als Differenz unter die Rechnung an der entsprechenden Stelle notiert. Im zweiten Rechenschritt wird der Übertrag beim Subtrahenden an der links davor befindlichen Stelle mit einer sogenannten „Merkeins“ notiert. In diesem Schritt wenden die Lehrerinnen und Lehrer für ihre Erläuterung die Übertragstechnik des Erweiterns an. Sie erklären den Kindern, dass „Geborgtes auch wieder zurückgegeben werden muss“, ohne zu begründen, warum das im Minuenden „geborgte“ an die nächste Stelle des Subtrahenden zurückgegeben wird.

c) ***Keine Erklärung des Verfahrens***

Eine Lehrerin machte durch ihre Schilderung des Vorgehens bei der Einführung der schriftlichen Subtraktion deutlich, dass sie das Verfahren durch die Darstellung des Algorithmus – vermittelt durch eine klare und präzise Sprechweise – erarbeitet, ohne inhaltlich zu erläutern, wieso beispielsweise bei einer Teilrechnung aus dem Minuenden bei der Ziffer 5 nun in der Ergänzungsaufgabe eine 15 wird. Eine Begründung dafür, warum sich die eigentliche Ziffer einer Teilrechnungen bei einem Übertrag ändert, gab sie nicht ab.

Über diese Abweichungen zwischen Übertragsverfahren und erklärender Sprechweise hinaus zeigten sich weitere Gesichtspunkte, in denen das eigentliche Verfahren und seine begründende Herleitung unter Verwendung von Material im Unterricht einander nicht entsprachen.

4. Schlussfolgerungen und Ausblick

Die Forderung nach fachmethodischer Offenheit bei der Behandlung der schriftlichen Rechenverfahren liegt für uns in der verständnisbasierten Vermittlung dieser Verfahren begründet, bei der das Verstehen der Rechenschritte das Primat vor einer Beherrschung des Algorithmus hat. Zur praktischen Umsetzung dieser Forderung gehört nach unserer Auffassung nicht nur, dass Sachsituation, Veranschaulichung, Übertragstechnik und erläuternde Sprechweise zueinander passen, sondern dass auch ein flexibler Wechsel zwischen ihnen möglich ist, um Verständnisschwierigkeiten bei Kindern vorzubeugen bzw. sie zu mindern oder abzubauen. Professionelles unterrichtliches Handeln ist demnach bei diesem Inhalt dadurch charakterisiert, dass zum Einen eine Adäquatheit zwischen den Repräsentations- und Tätigkeitsebenen vorhanden und zum Anderen ein sicheres Pendeln zwischen Rechenverfahren und Übertragstechnik im Prozess der schülerindividuellen Verständnissicherung möglich ist.