

Gilbert GREEFRATH, Wuppertal

Prozessanalysen von Modellierungsaufgaben

Einleitung

Offene Aufgaben werden in den letzten Jahren besonders beachtet, da sie beim Erwerb von Modellierungskompetenzen eine besondere Bedeutung haben. Diese Arbeit behandelt eine Untersuchung zu speziellen offenen Aufgaben in der Sekundarstufe I, bei denen Modellierung eine wichtige Rolle spielt. Im Folgenden werden Ergebnisse detaillierter Fallstudien mit solchen Aufgaben vorgestellt. Besonders interessiert dabei die Planung von realen und mathematischen Modellen durch die Schülerinnen und Schüler.

Verwendete Aufgaben

Für die Untersuchung wurden offene Aufgaben mit Realitätsbezug verwendet. Diese Aufgaben können nach Anfangszustand, Transformation und Endzustand in verschiedene Typen eingeteilt werden (s. Wiegand & Blum, 1999 u. Greefrath, 2004). Für die Untersuchung wurden zwei Aufgaben mit unklarem Anfangszustand und unklarer Transformation ausgewählt. Eine Aufgabe dagegen hatte nur einen unklaren Endzustand. Ein Beispiel für eine verwendete Aufgabe ist die folgende:



■ *Was kostet das Verputzen dieses Hauses?*

Interviewdesign

Insgesamt wurden bisher 14 Interviews (28 beteiligte Schülerinnen und Schüler) ausgewertet. Diese Interviews wurden an 3 Hauptschulen, 3 Realschulen und 2 Gesamtschulen in verschiedenen Regionen Nordrhein-Westfalens durchgeführt. Die Schülerinnen und Schüler konnten sich freiwillig zur Teilnahme an den Interviews melden. Sie hatten die zu bearbeitenden Aufgaben, bzw. ähnliche Aufgaben, vor dem Interview nicht gesehen. Die Schülerinnen und Schüler wurden aufgefordert die Aufgaben zu zweit – ohne weitere Hilfen – zu lösen. Die Entscheidung, zwei Schülerinnen oder Schüler gemeinsam zu interviewen, wurde getroffen, um durch

die Kommunikation der Schülerinnen und Schüler untereinander mehr Informationen zum Lösungsprozess zu erhalten. Die Arbeit der Schülerinnen und Schüler an den Aufgaben wurde mit einer Videokamera aufgezeichnet.

Auswertungsmethoden

Zur Auswertung wurden die Interviews komplett transkribiert. Auf Grundlage der Transkripte wurden die Handlungen und Gespräche der Schüler in Abschnitte eingeteilt, die dann einer von fünf Prozesskategorien zugeordnet wurden:

- Planung,
- Datenbeschaffung,
- Datenverarbeitung,
- Kontrolle,
- Restkategorie

Die Prozesskategorie *Planung* beschreibt Textstellen, in denen die Schülerinnen und Schüler über den Weg der Aufgabenlösung diskutieren oder die, im weitesten Sinne, den Weg der Aufgabenlösung betreffen. Zur Kategorie *Datenbeschaffung* zählen Textstellen, in denen Schülerinnen und Schüler Daten für die weitere Arbeit an der Aufgabe beschaffen. Die kann durch raten, abzählen, schätzen, messen oder durch das Aufrufen von vorher ermittelten Zwischenergebnissen geschehen. Die Prozesskategorie *Datenverarbeitung* beschreibt das Berechnen mit konkreten Werten. Dies kann ohne oder mit Taschenrechner geschehen. Die Prozesskategorie *Kontrolle* umfasst Textstellen, bei denen die Datenverarbeitung, Datenbeschaffung oder Planung angezweifelt oder überprüft wird. Allen anderen Textstellen wurden der *Restkategorie* zugeordnet.

Die Codes werden Textstellen möglichst geringer Länge zugeordnet, um eine spätere Auswertung der Code-Anzahlen zu ermöglichen. In der Regel beziehen sie sich auf eine Aussage eines Schülers oder einer Schülerin. Sie können aber auch kurze Abschnitte von Text beinhalten, wenn sonst eine sinnvolle inhaltliche Zuordnung der Textpassagen nicht möglich ist.

Die Codierung in die genannten Prozesskategorien erfolgte zu Beginn der Untersuchung durch drei unabhängige Rater. Dabei wurde überprüft, ob das Codierungsschema allgemein nachvollziehbar ist und ob ein Rater allein zuverlässig ist. Die Übereinstimmung wurde exemplarisch mit Hilfe einer Konkordanzanalyse (vgl. Bortz et al. 1990, S. 460 f.) überprüft.

Eine besondere Rolle für den Ablauf der Aufgabenlösungen spielt die Prozesskategorie Planung. Deshalb wurde diese Planungskategorie zur genaueren Untersuchung in die folgenden Unterkategorien eingeteilt:

- Orientierung
- Planung der Datenbeschaffung
- Planung der Datenverarbeitung
- Planung eines Modells
- Sonstige Planung

Des Weiteren wurden alle Textstellen der Planungskategorie parallel daraufhin untersucht, ob eine *Argumentation in der Realität*, in der *Mathematik* oder in *Realität und Mathematik* festzustellen ist. Einige Stellen konnten allerdings nicht zugeordnet werden.

Zunächst werden, die Interviews durchgeführt und codiert. Anschließend werden die Interviews auf Basis der Anzahlen von Codes verglichen. Zusätzlich werden die Codes für Argumentationen in Mathematik und Realität verglichen. Auf Grund dieser Werte werden Interviews gesucht, die besonders auffällig sind und somit einen bestimmten Typ von Lösungsprozessen repräsentieren können.

Auswertung

Im ersten Schritt werden die Anzahlen der Codes für Planung, Datenbeschaffung, Datenverarbeitung und Kontrolle in den einzelnen Interviews verglichen.

Insbesondere interessieren bei der Untersuchung von Aufgaben mit Modellierungsanteil die Überlegungen von Schülerinnen und Schülern zu realen und mathematischen Modellen. Diese Stellen können durch die Kombination der Prozessunterkategorie *Planung des Modells* mit der Kategorie *Argumentation in der Realität* bzw. *Mathematik* gefunden werden. Die gefundenen Mathematischen Modelle sind in der Regel geometrische Figuren wie Dreieck, Viereck, Rechteck und Quadrat sowie rechter Winkel und Schrägsicht. Die realen Modelle beziehen sich in der oben genannten Beispielaufgabe auf die zu verputzende Fläche und die Fenster. Es wurden an drei Stellen auch Mischformen gefunden.

Ergebnisse

Es zeigt sich für die untersuchten Interviews, dass die Einzelanteile von Planung am jeweiligen Gesamtprozess aufgabenspezifisch sind. Dieser Planungsanteil liegt bei der oben dargestellten Aufgabe beispielsweise bei ca. 36 %. Auf diese Weise können – nach hinreichend vielen Interviewauswertungen – Aufgaben mit Hilfe des zu erwartenden Planungs- oder Datenbeschaffungsanteils etc. charakterisiert werden. So können Aufgaben für den Unterrichtseinsatz zur gezielten Übung von Datenbeschaffung, Planung oder auch Datenverarbeitung bereitgestellt werden.

Bezogen auf alle Interviews ist mit sinkendem Planungsanteil – mit einer Ausnahme – auch eine sinkende Zeit pro Code zu beobachten. Planungsphasen haben also einen großen Einfluss auf die Dauer des Interviews.

Es ist festzustellen, dass in den untersuchten Interviews die Planung zu einem großen Teil mit Argumenten aus der Realität stattfindet. In den Hauptschulinterviews wird an bestimmten Stellen weniger in der Realität argumentiert. Insbesondere die Planung eines Realmodells konnte in den Interviews mit Hauptschülerinnen und -schülern seltener festgestellt werden.

Für die Arbeit mit Modellen sind verschiedene Typen zu erkennen. Dies sind zum einen ein *häufiger Wechsel zwischen Mathematik und Realität* und zum anderen *Argumentation überwiegend in der Realität*. Ebenso war in einem Interview eine *Argumentation überwiegend in der Mathematik* feststellbar.

Besonders interessant erscheinen die Interviews mit einem akzeptablen Ergebnis und höheren Modellierungsanteilen. Solche Interviews zeichnen sich nach bisherigen Ergebnissen durch mittleres Planungsniveau, geringeren Datenverarbeitungsanteil, höheren Kontrollanteil und höhere Codezahlen als die Vergleichsinterviews aus. Zwei nicht erfolgreiche Lösungen dagegen hatten den höchsten Planungsanteil, während zwei sehr kurze Lösungen den geringsten Planungsanteil hatten. Die Mischform (aus Mathematik und Realität) in der Argumentation kommt in den Interviews mit einem akzeptablen Ergebnis und höheren Modellierungsanteilen am seltensten vor. Die Schülerinnen und Schüler haben jeweils relativ klar zwischen Argumentation in Realität und Mathematik unterschieden.

Das Argumentationsverhalten in der Mathematik war in diesen Interviews mit höheren Modellierungsanteilen und einem besseren Ergebnissen ausgeprägter als in den nicht erfolgreichen Interviews. Es scheint eine untere Grenze für den nötigen Anteil mathematischer Argumentation zu geben, um erfolgreich sein zu können.

Literatur

Bortz, J. & Lienert, G.A. & Boehnke, K. [1990]: Verteilungsfreie Methoden in der Biostatistik, Berlin Heidelberg: Springer.

Greefrath, G. [2004]: Offene Aufgaben mit Realitätsbezug. Eine Übersicht mit Beispielen und erste Ergebnisse aus Fallstudien. In: *mathematica didactica*, 27(2004) 2, 16–38.

Wiegand, B. & Blum, W. [1999]: Offene Probleme für den Mathematikunterricht – Kann man Schulbücher dafür nutzen? In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1999 Bern*, 590–593

Für die sorgfältige Erstellung der Interview-Transkripte bedanke ich mich bei Stephanie Albers, Verena Meyer, Annette Neukirch und Benjamin Falkner.