

9. Übungsblatt zu „Höhere Mathematik III (P/ET/IT/AI)“ Wintersemester 2009/10

Abgabetermin für die ersten beiden Aufgaben: Mittwoch, 16.12.09, 12.00 Uhr

Wichtige Begriffe: Singularität, Ordnung, Laurent-Entwicklung, Residuum, meromorphe Funktion

Aufgabe 33: Bestimmen Sie die Residuen der Funktion f mit

$$f(z) := \frac{z+1}{z(z+2)(z-4)^2}$$

in ihren Singularitäten.

Aufgabe 34: Berechnen Sie

$$\int_{|z+\frac{3}{2}|=1} \frac{\cos(\pi z)}{z(z+1)(z+2)^2} dz.$$

Aufgabe 35: a) Es sei $R = \frac{P}{Q} \in \mathbb{C}(z)$ eine rationale Funktion ohne Singularitäten auf \mathbb{R} mit $\deg P \leq \deg Q - 2$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(x) dx = 2\pi i \sum_{\operatorname{Im} c > 0} \operatorname{Res}(R; c)$$

b) Berechnen Sie

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 6x^2 + 13} dx.$$

Aufgabe 36: Zeigen Sie, dass das Polynom $z^5 - 4z + 2$ in dem Kreisring $R_{1,2}(0)$ genau vier Nullstellen besitzt.