

8. Übungsblatt zu „Höhere Mathematik III (P/ET/IT/AI)“ Wintersemester 2009/10

Abgabetermin für die ersten beiden Aufgaben: Mittwoch, 9.12.09, 12.00 Uhr

Wichtige Begriffe: komplexes Kurvenintegral, komplexe Potenzreihe, Laurent-Reihe

Aufgabe 29: Es sei γ ein \mathcal{C}_{st}^1 -Weg, dessen Spur die Lemniskate

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ((x-1)^2 + y^2)((x+1)^2 + y^2) = 1\}$$

ist (vgl. Aufgabe 18). γ sei so orientiert, dass die Punkte mit negativem Realteil in mathematisch positivem Sinne und die Punkte mit positivem Realteil in mathematisch negativem Sinne durchlaufen werden. Berechnen Sie $\int_{\gamma} \frac{dz}{1-z^2}$ mit Hilfe der Cauchyschen Integralformel.

Aufgabe 30: Entwickeln Sie die rationale Funktion $\frac{2}{(z-2)(z-4)}$ in Laurent-Reihen um 0 in den folgenden Gebieten.

a) $K_2(0)$ b) $R_{2,4}(0)$ c) $R_{4,\infty}(0)$

Aufgabe 31: Untersuchen Sie, für welche $z \in \mathbb{C}$ die folgenden Laurent-Reihen konvergieren.

a) $\sum_{k=-\infty}^{\infty} 2^{-|k|} z^k$ b) $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{z^k}{1+k^2}$

Aufgabe 32: Es seien $G \subseteq \mathbb{C}$ ein Gebiet und $f, g : G \rightarrow \mathbb{C}$ holomorph mit $f \cdot g = 0$. Zeigen Sie, dass $f = 0$ oder $g = 0$ ist.