

13. Übungsblatt zu „Höhere Mathematik III (P/ET/IT/AI)“ Wintersemester 2009/10

Abgabetermin für die ersten beiden Aufgaben: Mittwoch, 27.1.10, 12.00 Uhr

Wichtige Begriffe: Laplace-Transformierte, Laplace-Transformation, Faltung

Aufgabe 49: Berechnen Sie die Laplace-Transformierten von folgenden Funktionen.

a) $f(t) = \cosh(kt)$

b) $f(t) = t^2 \sin t$

c) $f(t) = \cos^2 t$

Aufgabe 50: Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation das Anfangswertproblem einer gedämpften Schwingung

$$\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + 2x(t) = V_T(t), \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

mit der Funktion V_T aus Beispiel 73.4 e) der Vorlesung.

Aufgabe 51: Es seien $T > 0$, $f_0 \in \mathcal{L}_1[0, \infty)$ beschränkt mit $f_0(t) = 0$ für $t \geq T$ und f die T -periodische Fortsetzung von f_0 . Zeigen Sie:

$$L[f](z) = \frac{L[f_0](z)}{1 - e^{-Tz}}$$

Aufgabe 52: Die Dichte der *Cauchy-Verteilung* zum Parameter $\alpha > 0$ ist gegeben durch

$$C_\alpha(x) := \frac{\alpha}{\pi(\alpha^2 + x^2)}.$$

a) Zeigen Sie $\widehat{C_\alpha}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\alpha|\xi|}$.

b) Zeigen Sie $C_\alpha * C_\beta = C_{\alpha+\beta}$.