Prof. Dr. W. Kaballo

Fachbereich Mathematik
Universität Dortmund

1. Übungsblatt zur Höheren Mathematik II (P/ET/IT/AI)
WS 2008/09 (Kaballo/Furlan)

Abgabetermin für die ersten beiden Aufgaben: Mittwoch, 22.04.09, 12:00.

Wichtige Begriffe: Funktionenreihe, punktweise und gleichmäßige Konvergenz, Konvergenzradius, Exponentialfunktion

Aufgabe 1:

Untersuchen Sie nachstehende Folgen stetiger Funktionen auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz:

(i) $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f_n(x) \ = \ \dfrac{(x^2)^n}{1+x^{2n}}$

(ii) $g_n : [0,1] \to \mathbb{R},\ g_n(x) \ = \ \sum\limits_{k=1}^{n} x^k(1-x)^k$

(iii) $h_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ h_n(x) \ = \ \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{x^2}{(1+x^2)^k}$

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie den Konvergenzradius für folgende Potenzreihen:

(i) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{k^k}\,(z+1)^k,$

(ii) $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} \frac{z^k}{\log k},$

(iii) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} (k+i)^2(z-3)^k,$

Aufgabe 3:

Für die Folge (a_n) bestimme man $\limsup a_n$ und $\liminf a_n$:

(i) $a_n \ = \ \dfrac{n+(-1)^n(2n+1)}{n}$

(ii) $a_n \ = \ \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \Big((-1)^k + \frac{k}{n^2}\Big).$

(iii) $a_n = \dfrac{\cos n\pi}{1+n^2}$

Aufgabe 4:

Man beweise

$\cos nx = \sum\limits_{k=0}^{[n/2]} (-1)^k \dbinom{n}{n-2k} \cos^{n-2k} x\ \sin^{2k} x.$

Tipp: $\exp(niz) = (\exp iz)^n$. (Warum stimmt das eigentlich?)